Développement d'observateur et application au drone XSF

Khadidja Benzemrane

Laboratoire IBISC
Université d'Evry Val d'Essonne

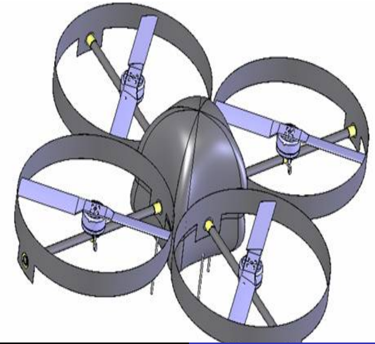
26 mars 2009

Plan.

Introduction

⇒ Développement de systèmes observateurs afin d'estimer une partie des états d'un drone.

⇒ Application à l'estimation des vitesses linéaires du drone XSF.



Introduction

- Inspection, Surveillance et Reconnaissance de l'environnement
- Remplacer l'homme pour les tâches dangereuses

Problématique

- Pilotage nécessite actuellement un téléopérateur
- Pilotage délicat :
  - Dynamique rapide
  - Système instable

$\Longrightarrow$ **Developper commande pour vol semi-autonome/autonome**

Problématique

⇒ La commande de véhicules aérien est une question d'autant plus délicate que les données fournies par les différents capteurs sont imprécises ou incomplètes.

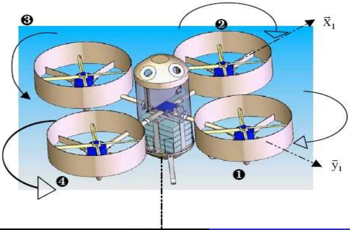
⇒ La connaissance des vitesses linéaires est un élément important pour la réalisation de ces commandes.

⇒ Développement d'algorithmes pour disposer de façon précise de ces informations.

Le drone XSF

Le XSF est :

- Conçu en forme de croix.
- L'électronique embarquée localisée au centre.
- Quatre rotors, à l'extrémité de chaque bras :
  - Les moteurs 1 et 2 tournent dans le sens horaire ; les moteurs 3 et 4 dans le sens contraire
  - Vitesses angulaires respectives ω_1, ω_2, ω_3, ω_4
  - Pivotement des moteurs 1 et 3 (angles β_1 et β_3)



Capteurs et grandeurs mesurées

Les capteurs disponibles sur le drone sont :

- Une centrale inertielle qui permet de mesurer :
  - les angles d'Euler par rapport à un repère global $\eta_2 = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix}$
  - les vitesses angulaires dans le repère local $\nu_2 = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$
  - les accélérations linéaires dans le repère local $\dot{\nu}_1 = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix}$
- Des capteurs ultrason qui fournissent les distances au sol et aux obstacles

L'état du drone est $(x, y, z, u, v, w, \phi, \theta, \psi, p, q, r)^T$

$\Longrightarrow$ Seul la moitié de l'état est mesurable. En effet, position $\eta_1 = (x, y, z)^T$, vitesses linéaires $\nu_1 = (u, v, w)^T$ inconnues.

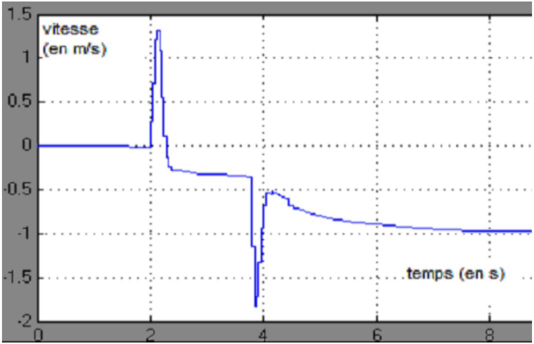
- Accélérations mesurées. Cependant, commande en accélération peu intuitive (impulsions pour commander les déplacements)
- Disposer des vitesses serait interessant.
- Première intuition : intégration de l'accélération.

Intégration de l'accélération

Acceleration mesurée

- Centrale inertielle immobile à l'état initial.
- Déplacement dans un direction , arret, puis retour au point de départ.

Intégration de l'accélération



Intégration de l'accélération mesurée.

$\Rightarrow$ L'estimation diverge.

Intégration de l'accélération

Les résultats de l'intégration de l'accélération soulève deux problèmes :

- Une erreur d'intégration constante apparaît même lorsqu'on a la mesure exacte de l'accélération.
- L'intégration numérique, ainsi que les bruits de mesure, impliquent une augmentation rapide de l'erreur d'estimation.

L'estimation de la vitesse lorsque seule l'accélération est mesurable est toujours un problème ouvert dans le cas des drones de petite taille.

Intégration de l'accélération

Cette erreur est due à différents bruits :

- Bruits dus aux propriétés intrinsèques de la centrale inertielle.
- Accélération masquée par l'accélération de la gravité.

L'estimation de la vitesse et/ou de la position d'un véhicule à partir de la mesure de ces accélérations est un problème classique. Du point de vue de l'automatique, le problème est délicat car le système est non observable.

Modèle dynamique

$$
\begin{aligned}
\dot{\phi} &= p + (sin(\phi)q + cos(\phi)r)tan(\theta) && (1)\\
\dot{\theta} &= cos(\phi)q - sin(\phi)r && (2)\\
\dot{\psi} &= (sin(\phi)q + cos(\phi)r)cos(\theta)^{-1} && (3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= cos(\theta)cos(\psi)u + (sin(\phi)sin(\theta)cos(\psi) - cos(\phi)sin(\psi))\,v \\
&\quad + (cos(\phi)sin(\theta)cos(\psi) + sin(\phi)sin(\psi))\,w && (4)\\
\dot{y} &= cos(\theta)sin(\psi)u + (sin(\phi)sin(\theta)sin(\psi) + cos(\phi)cos(\psi))\,v \\
&\quad + (cos(\phi)sin(\theta)sin(\psi) - sin(\phi)cos(\psi))\,w && (5)\\
\dot{z} &= -sin(\theta)u + sin(\phi)cos(\theta)v + cos(\phi)cos(\theta)w && (6)
\end{aligned}
$$

Modèle dynamique

$$
\begin{aligned}
I_{xx}\dot{p} &= -(I_{zz}-I_{yy})rq - qI_r(\omega_1 cos\beta_1 + \omega_2 + \omega_3 cos\beta_3 + \omega_4) \quad (7)\\
&+ l_b k_T(\omega_1^2 cos\beta_1 - \omega_3^2 cos\beta_3) - k_M(\omega_1^2 sin\beta_1 - \omega_3^2 sin\beta_3)\\
I_{yy}\dot{q} &= -(I_{xx}-I_{zz})pr - rI_r(\omega_1 sin\beta_1 + \omega_3 sin\beta_3)\\
&+ pI_r(\omega_1 cos\beta_1 + \omega_2 + \omega_3 cos\beta_3 + \omega_4) \quad (8)\\
&+ l_b k_T(\omega_2^2 - \omega_4^2) + u_G k_T(-\omega_1^2 sin\beta_1 + \omega_3^2 sin\beta_3)\\
I_{zz}\dot{r} &= -(I_{yy}-I_{xx})pq + k_M(\omega_1^2 cos\beta_1 - \omega_2^2 + \omega_3^2 cos\beta_3 - \omega_4^2) \quad (9)\\
&+ qI_r(\omega_1 sin\beta_1 + \omega_3 sin\beta_3) - l_b k_T(\omega_1^2 sin\beta_1 - \omega_3^2 sin\beta_3)\\
\dot{u} &= (-qw + rv - gsin(\theta)) + k_T(\omega_1 sin\beta_1 + \omega_3 sin\beta_3) \quad (10)\\
\dot{v} &= (-ru + pw + gsin(\phi)cos(\theta)) \quad (11)\\
\dot{w} &= (-pv + qu + gcos(\phi)cos(\theta)) + k_T(\omega_1^2 cos\beta_1 + \omega_2^2\\
&+ \omega_3^2 cos\beta_3 + \omega_4^2) \quad (12)
\end{aligned}
$$

Modèle dynamique

Les vitesses linéaires sont décrites par :

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= (-qw + rv - gsin(\theta)) - k_T(\omega_1 sin\beta_1 + \omega_3 sin\beta_3) \\
\dot{v} &= (-ru + pw + gsin(\phi)cos(\theta)) \\
\dot{w} &= (-pv + qu + gcos(\phi)cos(\theta)) + k_T(\omega_1^2 cos\beta_1 + \omega_2^2 \\
&\quad +\omega_3^2 cos\beta_3 + \omega_4^2)
\end{aligned}$$

Ces équations peuvent être mise sous la forme :

$$\dot{\nu_1} = A(t)\nu_1 + \Lambda(t) \tag{13}$$

Modèle dynamique

A est une matrice antisymétrique qui dépend des vitesses angulaires $\nu_2 = [p, q, r]^T$.

Les vitesses linéaires ne peuvent donc être observées que si les vitesses angulaires sont non nulles
(matrice A non nulle = système non à l'équilibre).

Λ depend des états mesurés et des entrées de commande.

Développement des observateurs

En se basant sur cette constatation, nous avons considéré, pour le développement d'observaeur, le système suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1 &= A(t)\nu_1 + \Lambda(t) \\ y &= \begin{pmatrix} \eta_2 \\ \nu_2 \\ \dot{\nu}_1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

Développement d'un observateur adaptatif robuste

Afin d'estimer les vitesses linéaires du drone :

$$\hat{\nu}_1 = \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{w} \end{bmatrix}$$

différentes versions d'observateur ont été développées.
L'observateur décrit s'intéressera à l'estimation des vitesses linéaires dans le cas où les accélerations mesurées sont entachées d'un bruit de mesure borné :
$a_\mu \stackrel{\triangle}{=} \dot{\nu}_1 + \mu$, $\mu \in R$ represente le bruit de mesure tel que (définissant $\mu_M \in R$

$$\|\mu\| \leq \mu_M$$

Développement d'un observateur adaptatif robuste

On considère des filtres en cascade ainsi que les matrices $M \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$; $Q \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$, (où $|Q(0)| > 0$).
Les matrices M et Q vérifient :

$$\dot{M} = -\left(\alpha + \frac{k}{4}\right) M + A(t) \tag{15}$$

$$\dot{Q} = -\beta Q - \frac{k}{4} Q Q^T Q + M^T M \tag{16}$$

$\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\beta \in \mathbb{R}^+$ et $k \in \mathbb{R}^+$ sont des paramètres à régler.

Développement d'un observateur adaptatif robuste

Deux vecteurs $\rho \in \mathbb{R}^3$ et $\delta \in \mathbb{R}^3$définis par

$$\dot{\rho} = -\left(\alpha + \frac{k}{4}\right)\rho + a_\mu - \Lambda(t) + Ma_\mu \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta_\mu} &= -\beta\delta + \rho \\ &\triangleq -\beta\delta + \tilde{z} + M\nu_1 \end{aligned} \tag{18}$$

permettent de définir la variable d'erreur $\tilde{z} = \rho - M\nu_1$ tel que :

$$\dot{\tilde{z}} = -\left(\alpha + \frac{k}{4}\right)\tilde{z} + (M + I)\mu \tag{19}$$

Développement d'un observateur adaptatif robuste

L'estimée des vitesses :

$$\hat{\nu}_1 = \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{w} \end{bmatrix}$$

anisi que le vecteur $\xi \in \mathbb{R}^3$ vérifient les équations différentielles :

$$\dot{\xi} = -\beta\xi - \frac{k}{4}QQ^T\xi + Qa_\mu - \dot{M}^T\delta - \frac{k}{4}QQ^TM^T\delta \qquad (20)$$

$$\dot{\hat{\nu}}_1 = \gamma(-Q\hat{\nu}_1 + M^T\delta + \xi) + a_\mu \qquad (21)$$

où $\gamma \in \mathbb{R}^3$ est un paramètre à régler.

Développement d'un observateur adaptatif robuste

Soient les variables d'erreur $\tilde{\nu}_1 \stackrel{\triangle}{=} \nu_1 - \hat{\nu}_1$ and $\chi_\mu \stackrel{\triangle}{=} Q\nu_1 - M^T\delta - \xi$, tel que :

$$\dot{\chi} = -(\beta + \frac{k}{4}QQ^T)\chi - M^T\tilde{z} - Q\mu \tag{22}$$

$$\dot{\tilde{\nu}}_1 = \gamma(-Q\tilde{\nu}_1 + \chi) - \mu \tag{23}$$

Sous la condition que $\gamma > \frac{2k}{c_2}$ et pour un choix correct du paramètre β pour garantir que $\lambda_{min}(Q) > 1$, L'observateur garantit la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation $\tilde{\nu}_1$

Preuve de stabilité

Soit la fonction de Lyapunov (et les constantes $\kappa_i > 0$, $i = 1, 2, 3$, et $\tilde{\nu}_1 \triangleq \nu_1 - \hat{\nu}_1$) :

$$V = \frac{1}{2}\kappa_1 : \tilde{\nu}_1^T \tilde{\nu}_1 + \frac{1}{2}\kappa_2 : \chi^T \chi + \frac{1}{2}\kappa_3 : \tilde{z}^T \tilde{z} \tag{24}$$

Sa dérivée vérifie :

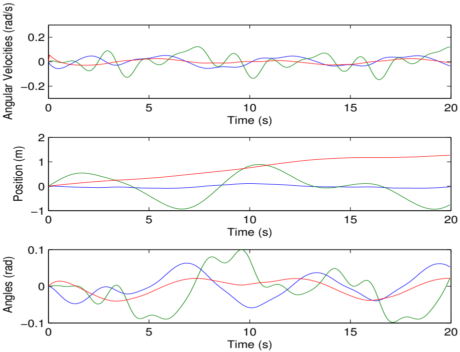
$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\kappa_1 \gamma \tilde{\nu}_1^T Q \tilde{\nu}_1 - \kappa_2 \beta \chi^T \chi - \kappa_2 \frac{k}{4} \chi^T Q Q^T \chi \\ &- \kappa_3 (\alpha + \frac{k}{4}) \tilde{z}^T \tilde{z} + \kappa_1 \gamma \tilde{\nu}_1^T \chi - \kappa_2 \chi^T M^T \tilde{z} \\ &- \kappa_1 \tilde{\nu}_1^T \mu - \kappa_2 \chi^T Q \mu + \kappa_3 \tilde{z}^T (M + I) \mu \end{aligned}$$

Preuve de stabilité

La matrice Q doit être définie positive. Définissant les constantes $|\lambda_{max}(M)| = c_1$, $\lambda_{min}(Q) = c_2$ et choisissant les constantes : $\kappa_1 = \frac{1}{\gamma}$, $\kappa_2 = \frac{2}{\beta c_2}$, $\kappa_3 = \frac{2\kappa_2 c_1^2}{\beta\alpha} = \frac{4c_1^2}{\beta^2\alpha c_2}$ et, définissant $\gamma^* = \frac{2k}{c_2}$,,on a pour tout $\gamma > \gamma^*$:

$$\dot{V} \leq -a_1 \left\|\tilde{\nu}_1\right\|^2 - a_2 \left\|\chi\right\|^2 - a_3 \left\|\tilde{z}\right\|^2 + \frac{a_4}{k} \left\|\mu\right\|^2 \qquad (25)$$

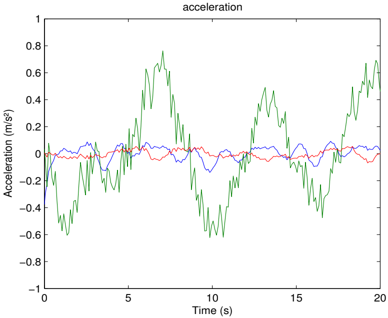
où $a_i \in \mathbb{R}^+$ sont des constantes positives.
$\Rightarrow$ Cette inégalité garantie la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation vers 0 et la robustesse au bruit de mesure μ



⇒ La condition de persistance d'excitation est nécessaire pour garantir l'observabilité du système (pour avoir p, q, r différents de zero).

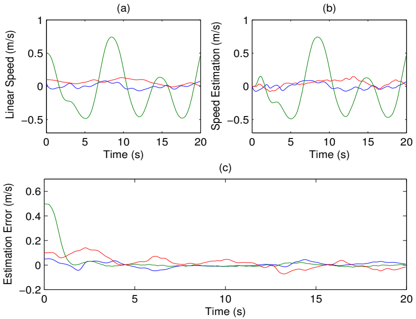
Pour satisfaire cette condition, on décrit de petites oscilations périodiques autour de la position d'équilibre.

Résultats de simulation



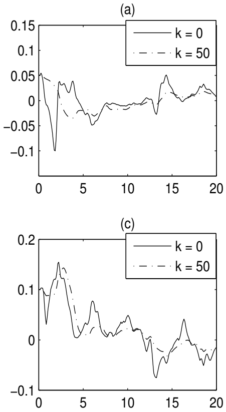
Accélération bruitée.

Résultats de simulation



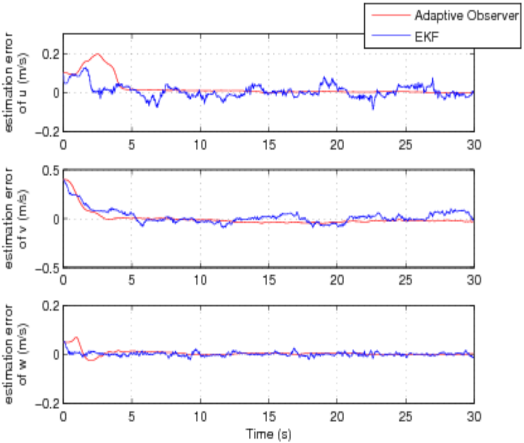
Vitesse linéaire. (b) Vitesse estimée. (c) Erreur d'estimation.

Résultats de simulation



Erreur d'estimation pour différentes valeurs de k.

Comparaison avec un filtre de Kalman étendu



Comparaison

- Pour un choix pertinant des paramètres de l'estimateur, l'observateur adaptatif offre des performances comparables à celles d'un filtre de Kalman Etendu.
- Le filtre de Kalman est très dépendant de la période d'échantillonage.

Observabilité de systèmes non linéaires

On considère un système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_i g_i(x)\, u_i \\ y &= h(x) \end{aligned}$$

- $x \in \Re^n$ état du système
- u entrée de commande
- $y \in \Re^p$ sortie
- $h(x) = [h_1(x) \cdots h_p(x)]$

Observabilité de systèmes non linéaires

Théorème (Observability Rank Condition

Considérant le système précédemment, l'ensemble G est l'ensemble contenant $h_1(x) \cdots h_p(x)$ et leur dérivées de Lie successives $L_{X_1} \ldots L_{X_p} h_j$ où $X_i \in f, g_1, \ldots g_p$.
Soit dG le gradient de G.
Si $dim\, dG(x_0) = n$ alors le système est localement observable en x_0

Observabilité de systèmes non linéaires

La matrice d'observabililité est donc :

$$\vartheta = \begin{pmatrix} L_f^0 h \\ \dots \\ L_f^{p-1} h \end{pmatrix}$$

Le système est localement observable si ϑ est de rang plein.

Observabilité de systèmes non linéaires

Le système consiréré est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X, u) \\ y &= h(X) \end{aligned}$$

Observabilité de systèmes non linéaires

Pour l'observabilité de notre système on considère l'état :
$X = (\phi, \theta, \psi, p, q, r, u, v, w)^T$
et le vecteur de mesure $h(X) = (\phi, \theta, \psi, p, q, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w})^T$
Le calcul de la matrice d'observabilité dG a conduit aux constatations suivantes :

- Dans le cas où p, q, r sont différents de zéro, la matrice dG est de rang plein.
- Dans le cas contraire,rang$(dG) = 6$; le système n'est pas observable.

Conclusion