

Activités drones au Centre Automatique et systèmes (CAS) Ecole des Mines

Nicolas Petit

Partenaires: LRBA (DGA), ONERA

Plan

1. Différents engins en développement
2. Optimisation de trajectoires temps réel, évitement
3. Techniques de localisation

1 – Différents engins en développement

Quadricoptère

Oiseau artificiel

Hélicoptère

Quadricoptère

(Ph. Martin, E. Salaun)

Concours ONERA/DGA 2005: 1er prix ex-aequo

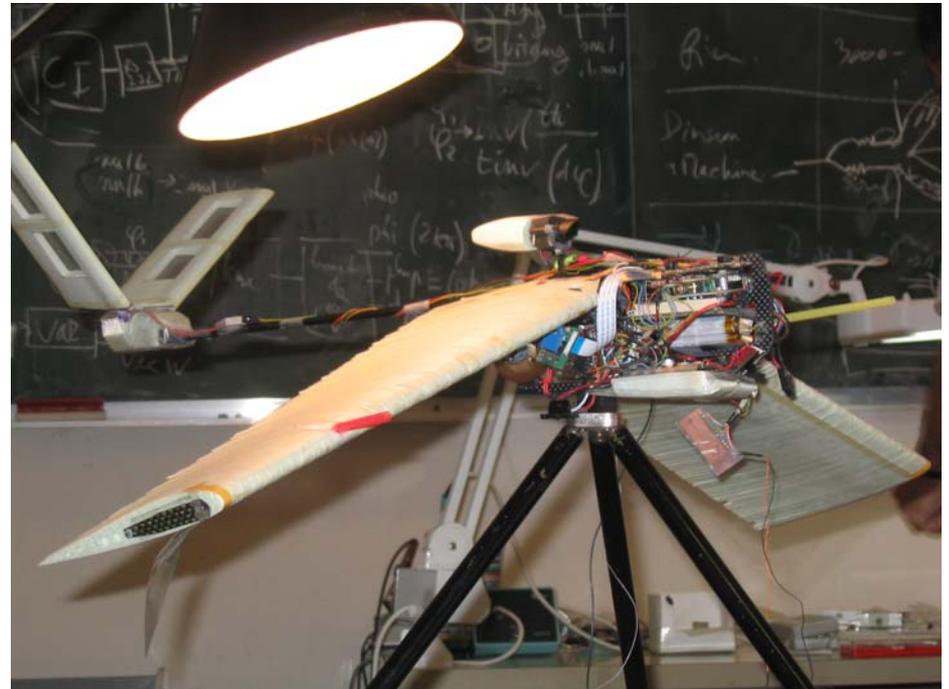


[Film1](#)

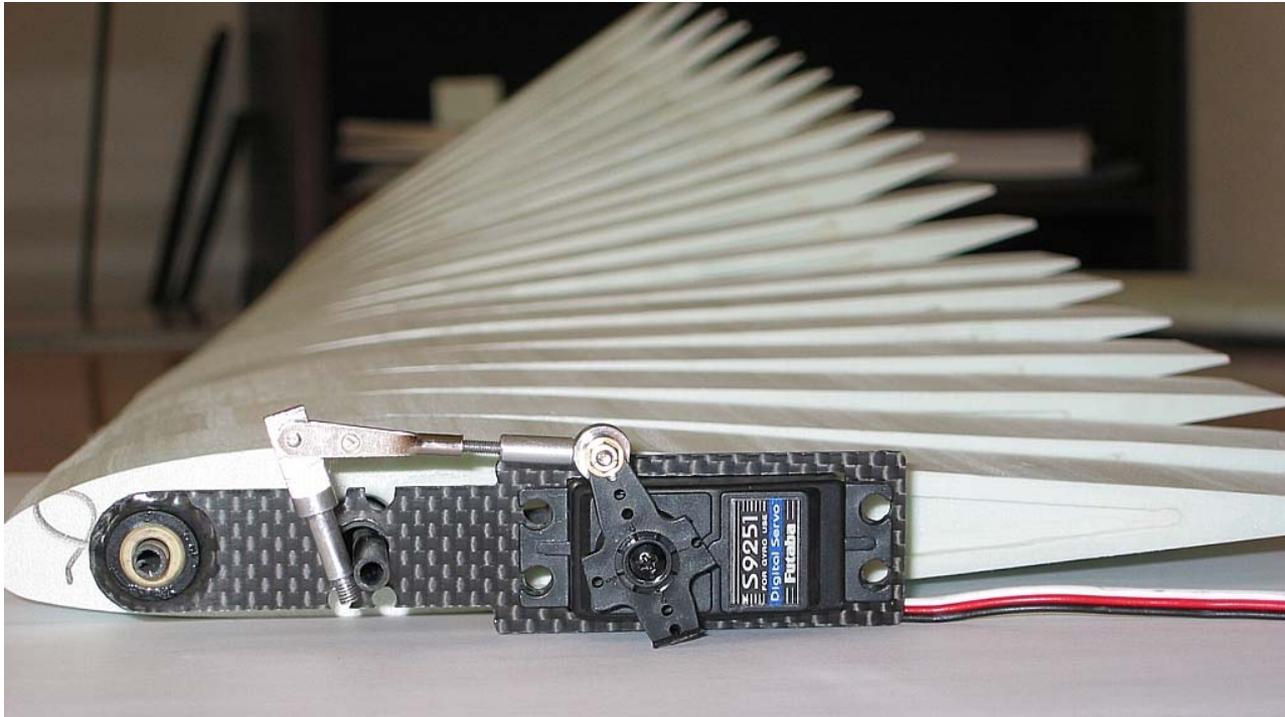
[Film2](#)

Oiseau artificiel (Y. Lenoir, N. Petit)

Concours ONERA/DGA 2005: 4ème prix



Concept: gauchissement contrôlé et synchronisé



Film

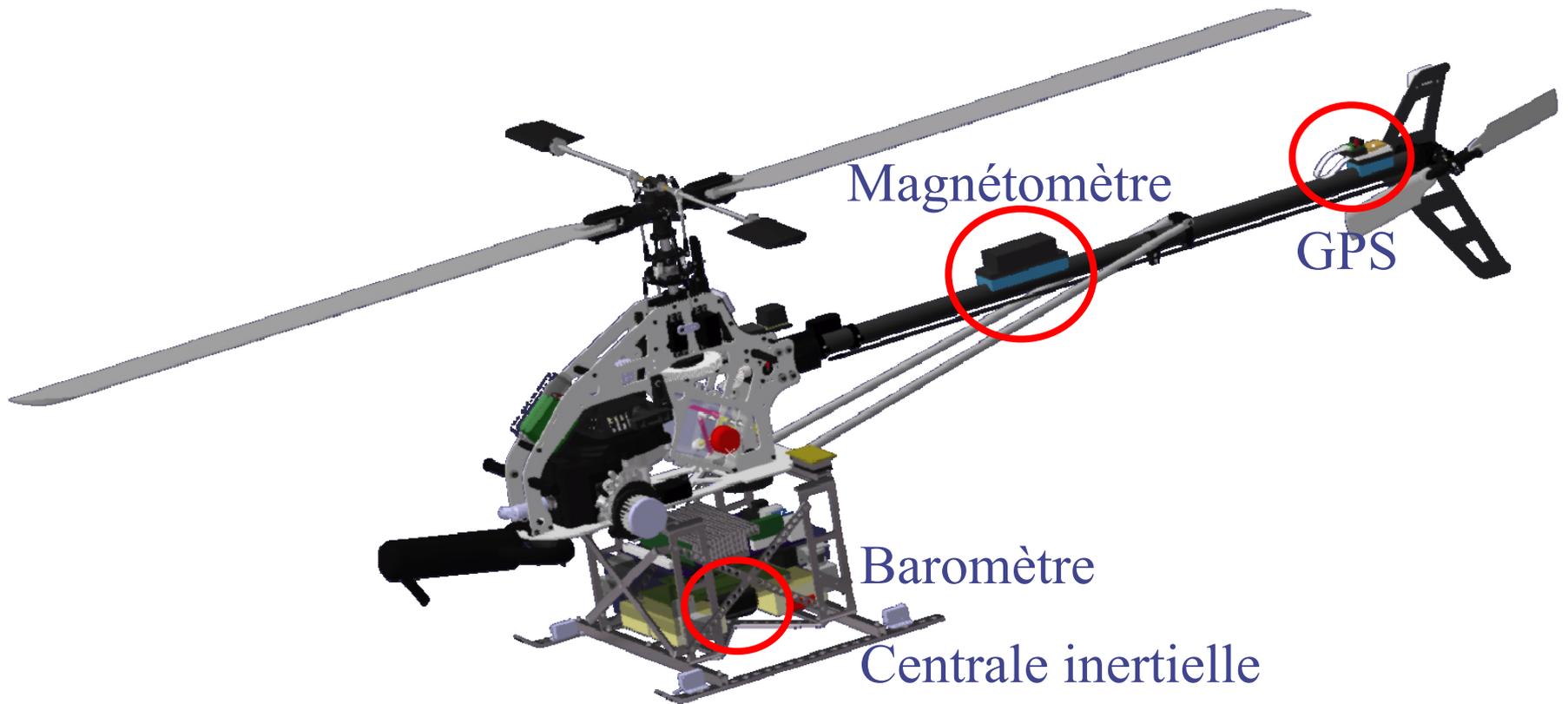
Hélicoptère autonome (LRBA)

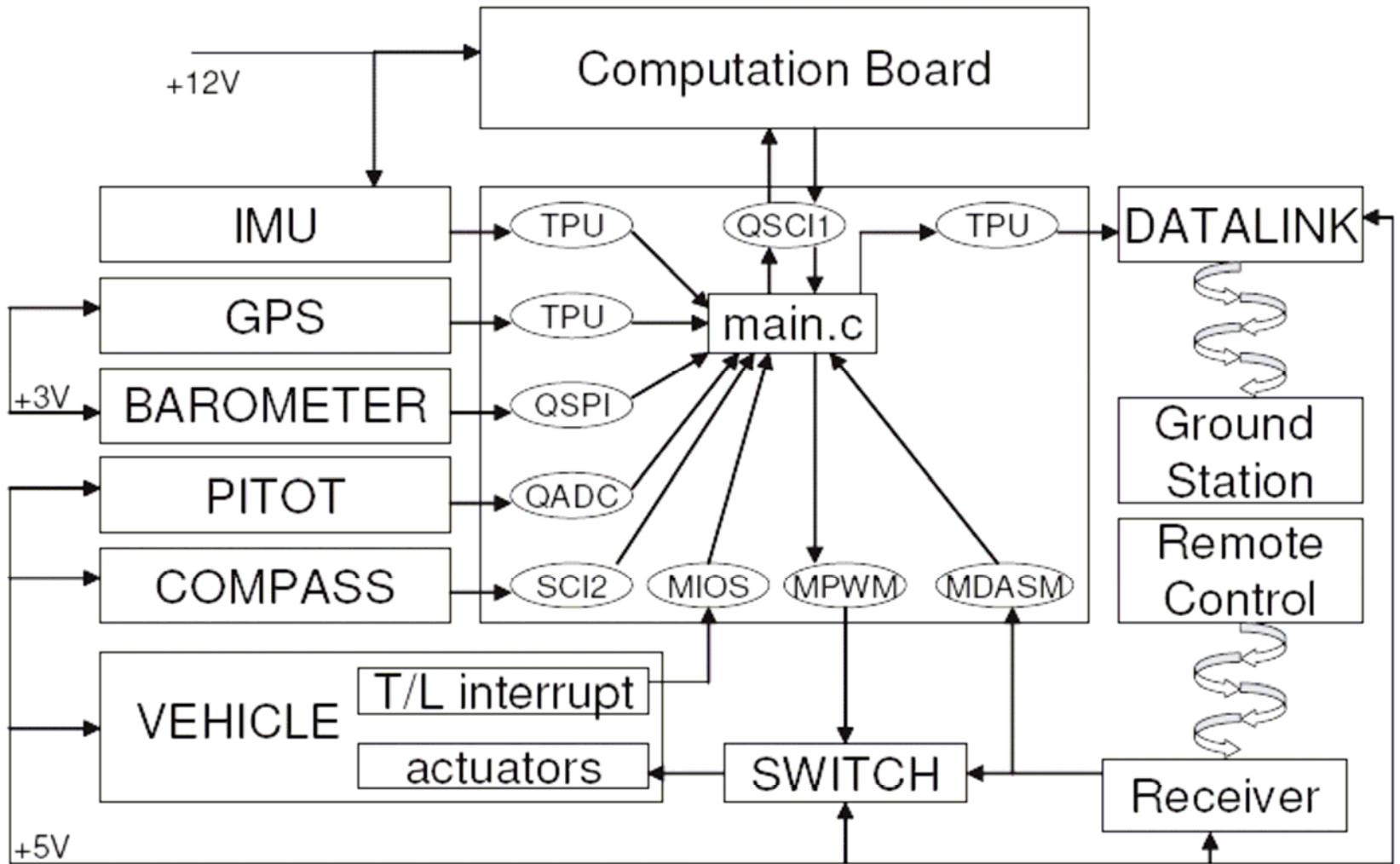
D. Vissière, P.-J. Bristeau, N. Petit



Présentation de l'hélicoptère

Systeme embarqué & capteurs





Enjeux: bas coûts

Coût total: capteurs et système embarqué,
structure

< 3000 euros

Charge utile : 5 kg

Estimation à bord: puissance de calcul

Stabilisation: vol stationnaire autonome

[Film](#)

Modélisation pour le contrôle:

- corps rigide,
- effets de flapping,
- modèle de la tête rotor (gains mécaniques),
- barre de Bell,
- modèle du rotor de queue,
- projection de la résultante aérodynamique et calcul des moments,
- effet de sol,
- Capteurs: bras de levier, biais, facteurs d'échelle

$$\mathbf{X}^T = [x \quad y \quad z \quad u \quad v \quad w \quad q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad p \quad q \quad r \quad a \quad b \quad c \quad d]$$

Méthodologie

- calcul de trajectoire
- stabilisation (retour de mesure, actionneur)

2- Méthodes rapides de commande par horizon glissant

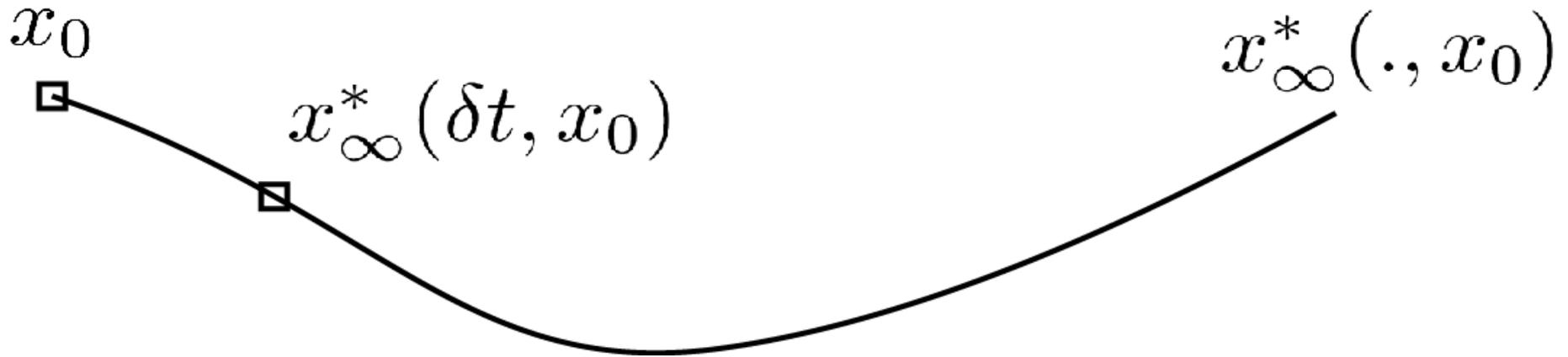
$$J_{\infty}(u(.), x_0) = \int_0^{\infty} q(x^u(\tau, x_0), u(\tau)) d\tau$$

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ x(0) = x_0 \\ t \in [0, +\infty[\end{cases}$$

$$\begin{cases} q(0, 0) = 0, q \in C^2 \\ q(x, u) \geq c_q(\|x\|^2 + \|u\|^2), c_q > 0 \\ u \mapsto q(x, u) \text{ convexe pour tout } x. \end{cases}$$

$$J_{\infty}^*(x_0) = \min_{u(.)} J_{\infty}(u(.), x_0)$$

Principe : résolution itérée



Principe d'optimalité de Bellman

$$J_\infty^*(x_0) = J_\infty^*(x_\infty^*(\delta t, x_0)) + \int_0^{\delta t} q(x_\infty^*(\tau, x_0), u_\infty^*(\tau, x_0)) d\tau$$

Passage à la limite

$$J_{\infty}^*(x_0) = J_{\infty}^*(x_{\infty}^*(\delta t, x_0)) + \int_0^{\delta t} q(x_{\infty}^*(\tau, x_0), u_{\infty}^*(\tau, x_0)) d\tau$$

$$\delta t \rightarrow 0$$

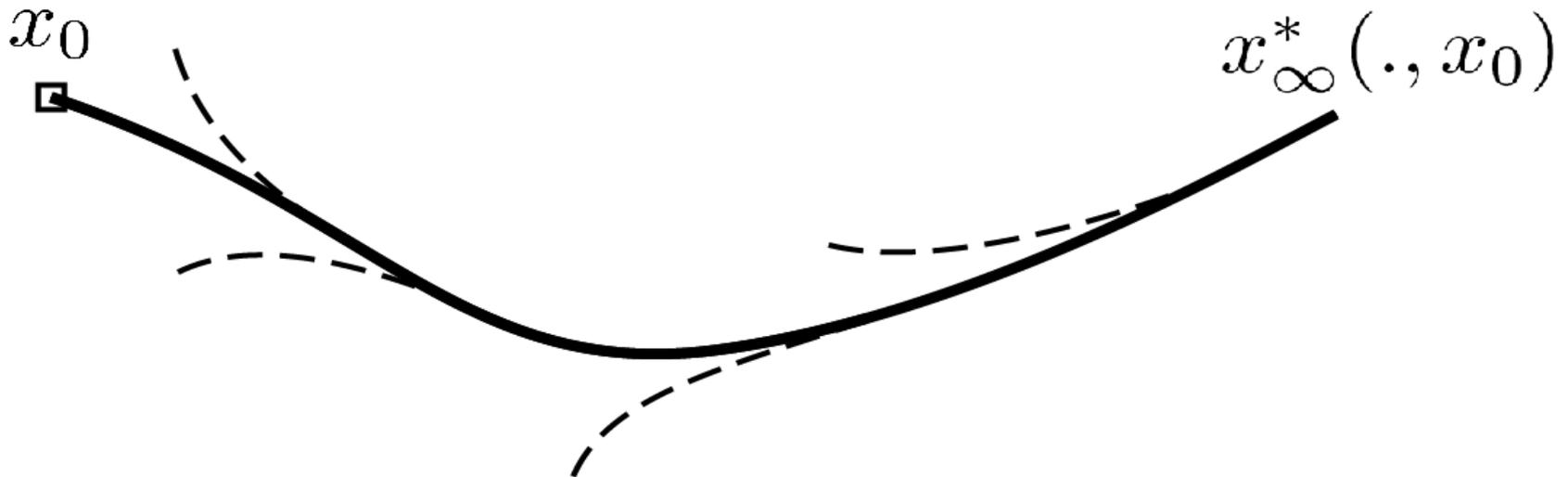
$$-\frac{d}{dx} J_{\infty}^* \cdot f(x_0, u_{\infty}^*(0, x_0)) = q(x_0, u_{\infty}^*(0, x_0))$$

$$\frac{dJ_{\infty}^*}{dt} = -q(x_0, u_{\infty}^*(0, x_0)) < 0$$

Fonction de Lyapounov

- $x \mapsto J_{\infty}^*(x) > 0$ sauf en 0 où elle vaut 0
- $\frac{dJ_{\infty}^*}{dt} \leq 0$

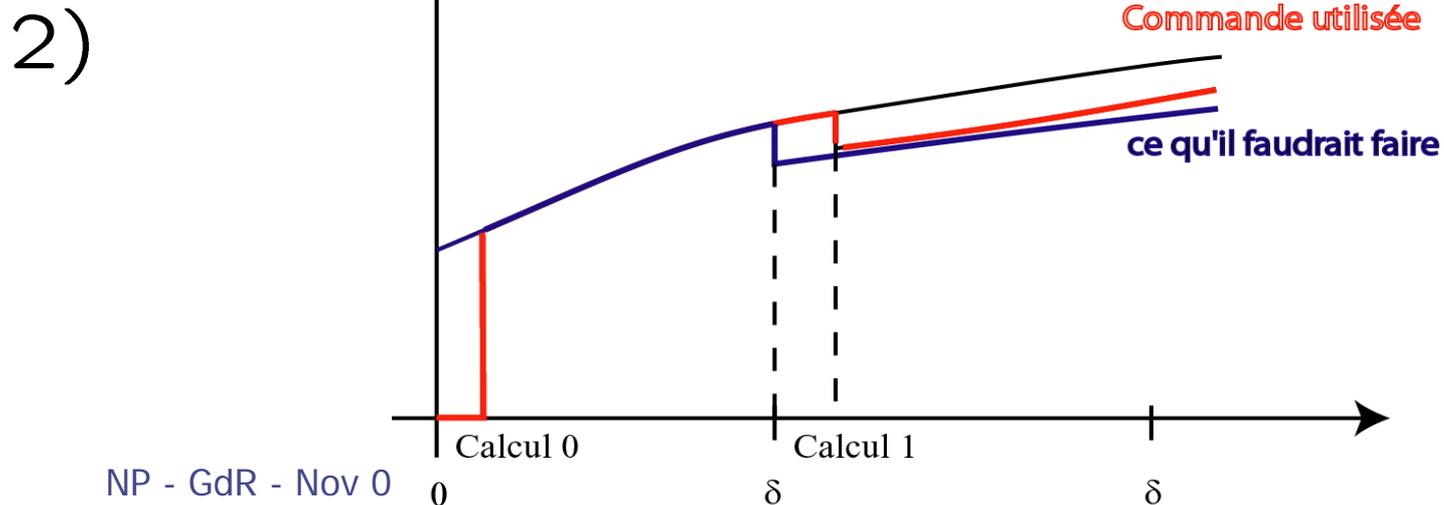
stabilité



Problèmes pratiques

$$1) \min \int_0^T q(x^u(\tau, x_0), u(\tau)) d\tau + V(x^u(T, x_0))$$

Condition suffisante de stabilité $\dot{V} + q \leq 0$



Paramétrage efficace des trajectoires

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{(x,u)} J(x, u) \\ \text{sous les contraintes} \\ \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ lb \leq c(x, u) \leq ub. \end{array} \right.$$

Méthode directe: Principe de la collocation

Collocation (Hargraves-Paris 1987)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{y \in \mathbb{R}^M} F(y) = J(\hat{x}(y), \hat{u}(y)) \\ \text{sous les contraintes} \\ \dot{\hat{x}} - f(\hat{x}(y), \hat{u}(y)) = 0, \quad lb \leq c(\hat{x}(y), \hat{u}(y)) \leq ub, \\ \forall t = \frac{t_j + t_{j+1}}{2} \quad j = 1, \dots, N - 1 \end{array} \right.$$

Inversion dynamique (Seywald 1994)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{y \in \mathbb{R}^M} F(y) \\ \text{sous les contraintes} \\ p(\dot{\hat{x}}(t_i), x(t_i)) = 0 \\ q(\dot{\hat{x}}(t_i), x(t_i)) \leq 0 \end{array} \right. \quad \textit{Elimination de la commande}$$

Inverser le plus possible la dynamique

r : degré relatif de z_1 , dynamique des zéros, platitude

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{r-1} = z_r \\ \dot{z}_r = b(z) + a(z)u \\ \dot{z}_{r+1} = q_{r+1}(z) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = q_n(z) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \min_{y \in \mathbb{R}^M} F(y) \\ \text{sous les contraintes} \\ \dot{z}_{r+1}(y) - q_{r+1}(z)(y) = 0 \\ \vdots \\ \dot{z}_n(y) - q_n(z)(y) = 0 \text{ pour tout } w \\ lb \leq c(y) \leq ub \end{array} \right.$$

y représente $(z_1, z_{r+1}, \dots, z_n)$

au lieu de $(z_1, \dots, z_r, z_{r+1}, \dots, z_n, u)$

Comparaisons

(dim $x=n$, dim $u=1$)

Collocation complète (Hargraves-Paris) : $O(n+1)$

Inversion dynamique (Seywald) : $O(n)$

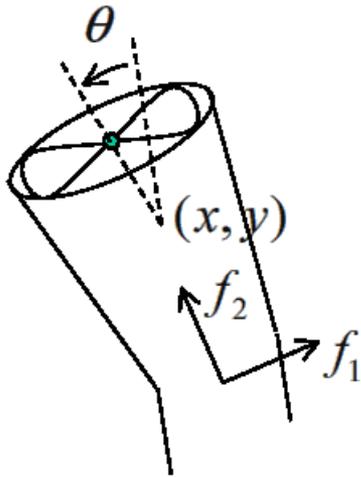
Paramétrage par inversion : $O(n+1-r)$

On a besoin des dérivées successives
(substitution)

Logiciel spécifique

CalTech Ducted Fan

Mark Milam, Richard Murray, et al.



$$\begin{aligned}m\ddot{x} &= f_1 \cos \theta - f_2 \sin \theta \\m\ddot{y} &= f_1 \sin \theta + f_2 \cos \theta - mg \\J\ddot{\theta} &= rf_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z_1 &= x - \frac{J}{mr} \sin \theta \\z_2 &= y + \frac{J}{mr} \cos \theta\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\ddot{z}_1}{\ddot{z}_2 - g} = -\tan \theta \Rightarrow$$

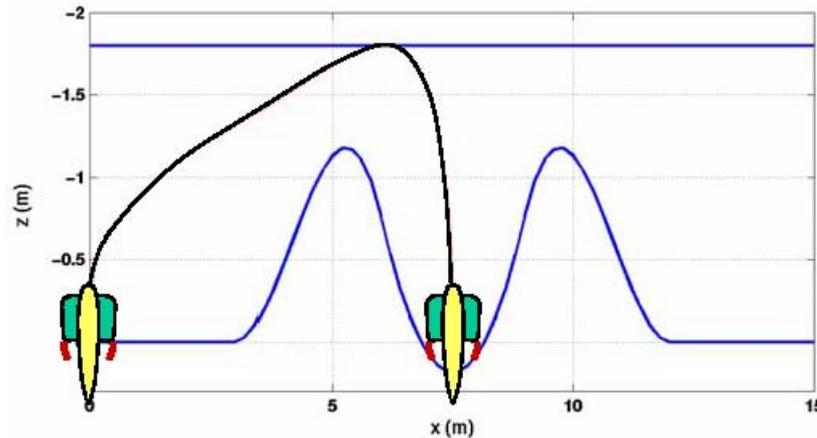
Calcul des commandes

Sorties plates : z_1 et z_2

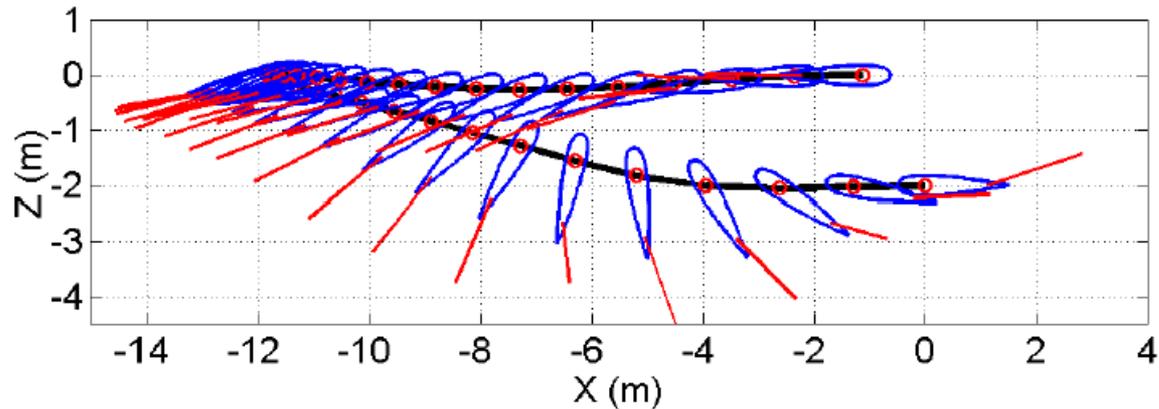
Optimisation de trajectoires

Manœuvres en temps minimum (agressivité)

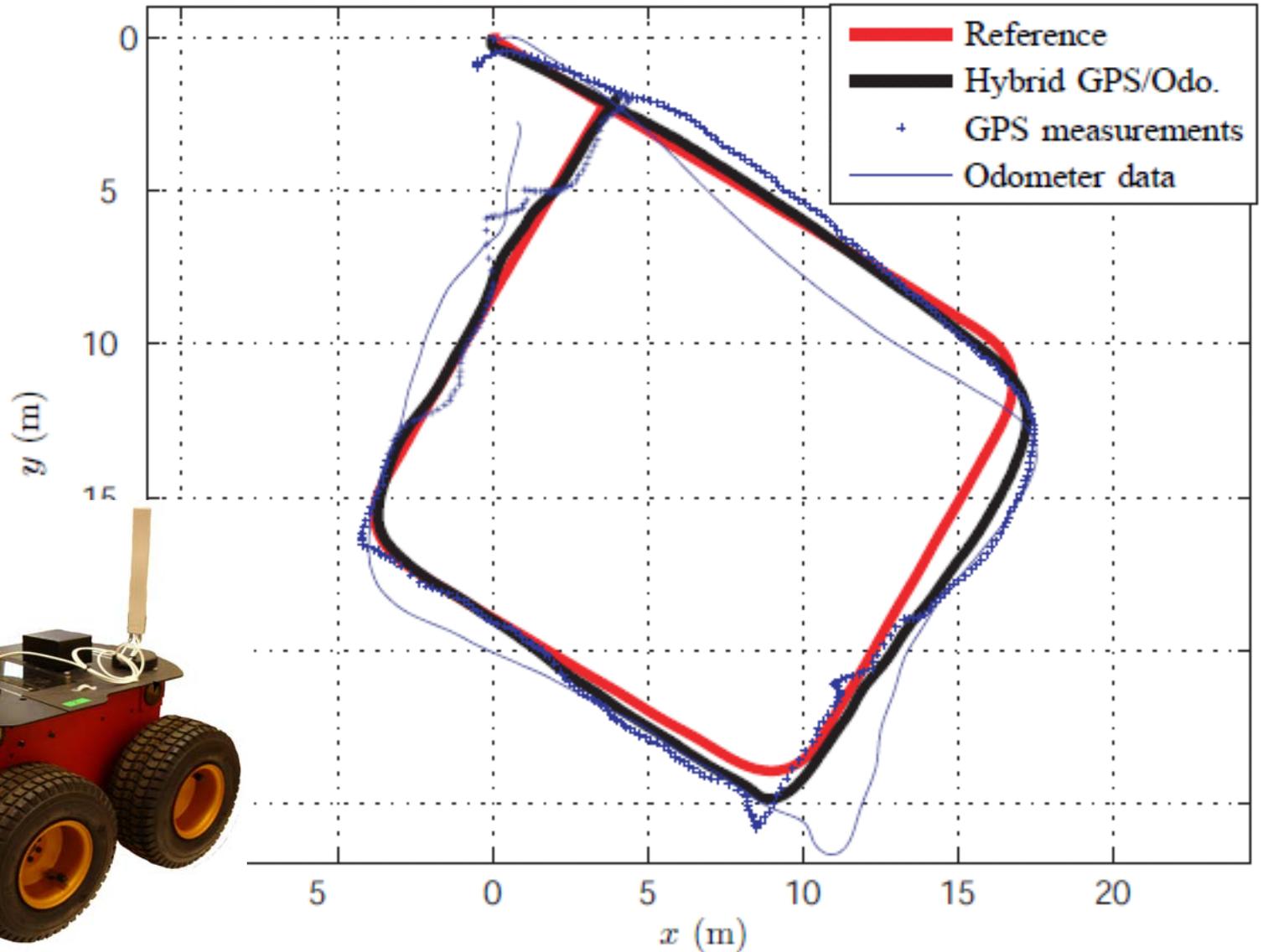
« Evitement de terrain »



« Demi-tour »



Robots mobiles



Méthodes indirectes

Peut-on utiliser l'inversion dans les formulations avec état adjoint (problème aux deux bouts)?

F. Chaplais and N. Petit.

Inversion in indirect optimal control of multivariable systems. ESAIM COCV, 2007.

Résultat général

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i$$

avec $f(x)$, $g_1(x)$, \dots , $g_m(x)$ champs de vecteurs réguliers $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $m \leq n$

Forme normale

$$h_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\xi_1 = h_1(x), \dots, \xi_m = h_m(x)$$

Forme normale : chaînes d'intégrateurs et dynamique des zéros

$$\begin{aligned}\frac{d\xi_i^1}{dt} &= \xi_i^2, \\ \frac{d\xi_i^2}{dt} &= \xi_i^3, \dots, \\ \frac{d\xi_i^{r_i}}{dt} &= L_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m a_{ij} u_j \triangleq v_i\end{aligned}$$

$$\frac{d\eta_j}{dt} = \alpha^j(X) + \sum_{i=1}^m \beta_i^j(X) v_i = B_j(X, v)$$

avec α^j et β_i^j des applications régulières $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $j = 1, \dots, q$, et $i = 1, \dots, m$

Côut à minimiser

$$\int_0^T L(x(t), u(t)) dt$$

Réécriture avec la forme normale

$$\min_{v(\cdot) \in V} \int_0^T \mathcal{L}(X(t), v(t)) dt$$

$$\left(\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial v^2} \right) > 0$$

Hamiltonien

$$H = \mathcal{L}(X, v) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{r_i-1} \lambda_i^j \xi_i^{j+1} + \sum_{i=1}^m \lambda_i^{r_i} v_i + \sum_{j=1}^q \mu_j B_j(X, v)$$

Conditions de stationnarité

$$\frac{d\lambda_i^1}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi_i^1} - \sum_{j=1}^q \mu_j \frac{\partial B_j}{\partial \xi_i^1}, \quad i = 1 \dots m$$

$$\frac{d\lambda_i^j}{dt} = -\lambda_i^{j-1} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi_i^j} - \sum_{k=1}^q \mu_k \frac{\partial B_k}{\partial \xi_i^j}, \quad i = 1 \dots m, j = 2 \dots r_i$$

$$\frac{d\mu_j}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \eta_j} - \sum_{k=1}^q \mu_k \frac{\partial B_k}{\partial \eta_j}, \quad j = 1 \dots q$$

Rappel de notations : ξ états en cascades, η état de la partie non inversible, λ adjoints de ξ , μ adjoint de η

Dérivées de la stationnarité du Hamiltonien par rapport au contrôle

$$\frac{d^j}{dt^j} \frac{\partial H}{\partial v_i} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial v_i \partial v_k} \xi_k^{(r_k+j)} + (-1)^j \lambda_i^{r_i-j} + G_i^j(\eta, \mu, \dots, \xi_l \dots \xi_l^{(r_l+j-1)}, \dots)$$

pour $l=1, \dots, m$

On construit, $i = 1 \dots m$ une fonction $G_i :$
 $\mathbb{R}^{2n-r+mr_i} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\sum_{k=1}^m \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial v_i \partial v_k} \xi_k^{(r_k+r_i)} + G_i(\eta, \mu, \dots, \xi_l \dots \xi_l^{(r_l+r_i-1)}, \dots) = 0$$

Les inconnues du problème aux deux bouts sont $\xi_i, i = 1, \dots, m, \eta, \mu$. Les adjoints $\lambda_i^j, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, r_m$ ont été éliminés.

Il reste

$$m + 2(n - r) \text{ inconnues}$$

3 - Méthodes de localisation indoor

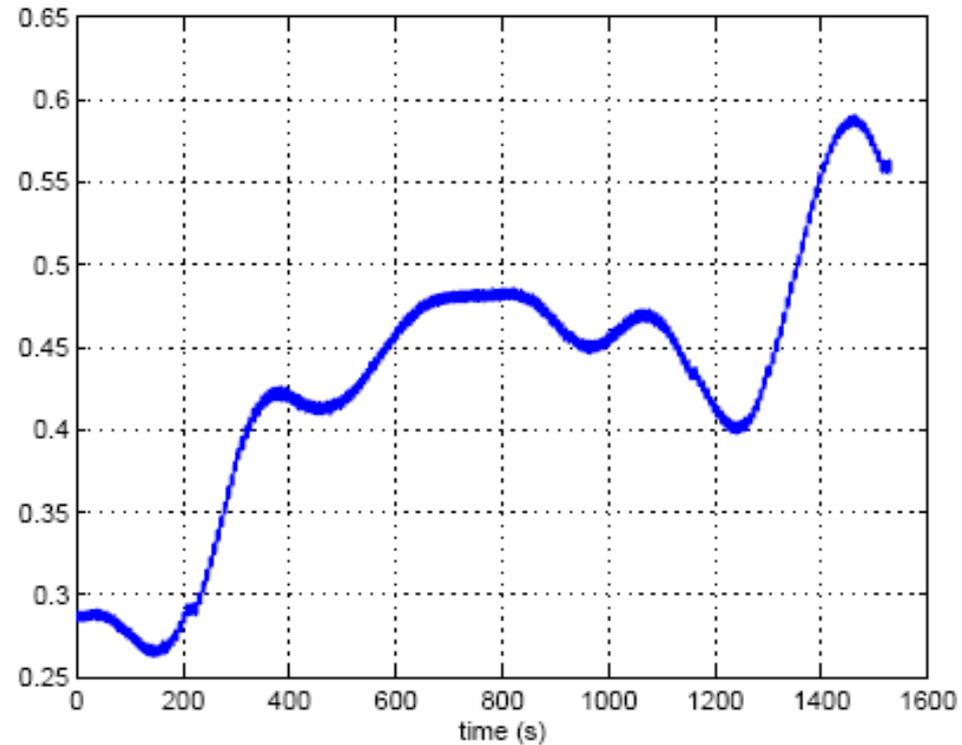
(D. Vissière, A. Martin, N. Petit)

GPS non disponible

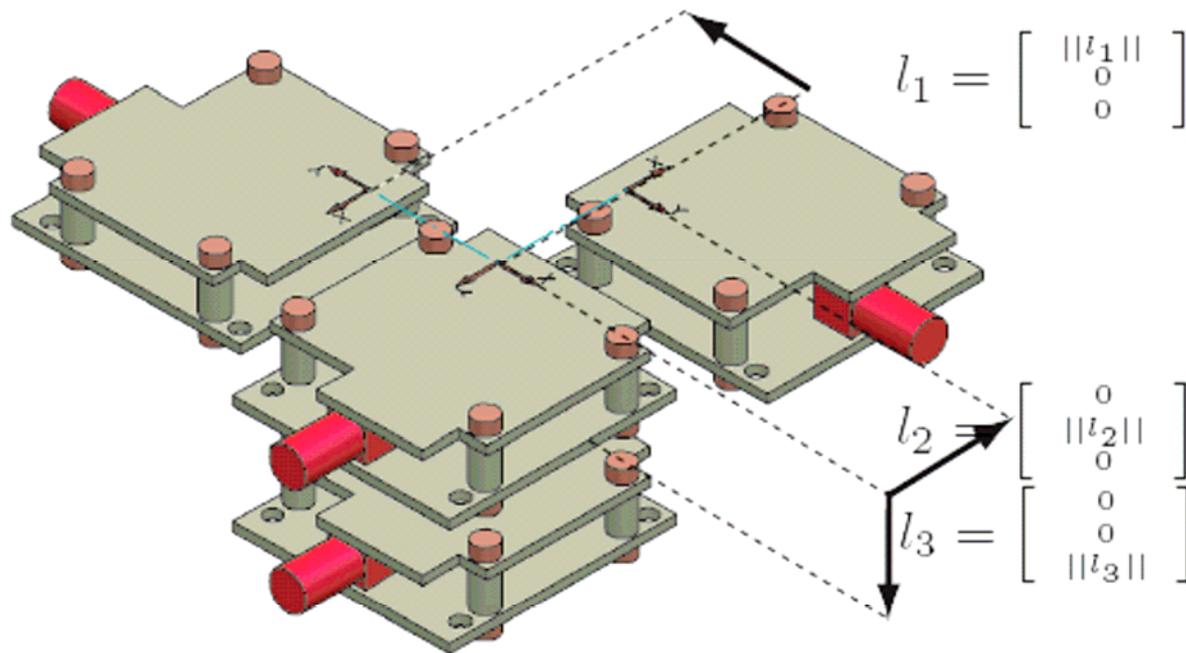
Magnétomètres: perturbés

Idée: utiliser les perturbations magnétiques (éq. de Maxwell) en les réconciliant avec les équations inertielles

Perturbations magnétiques typiques (norme)

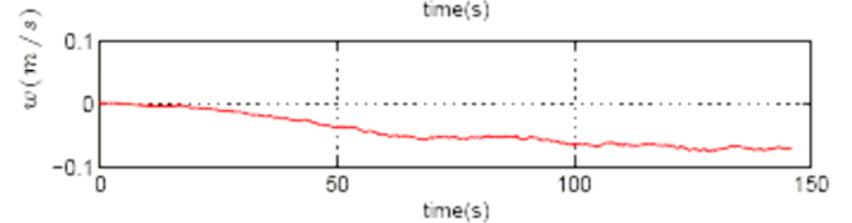
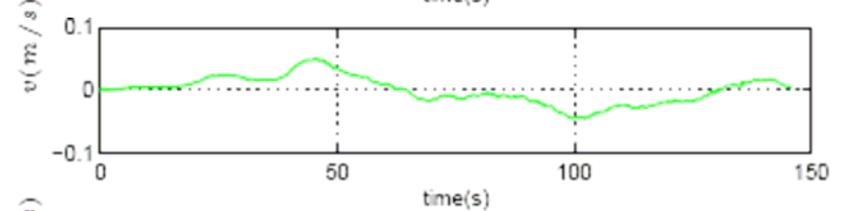
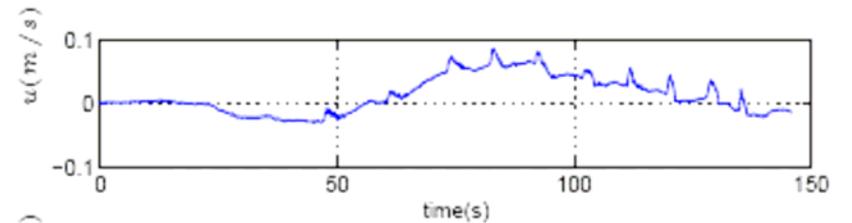
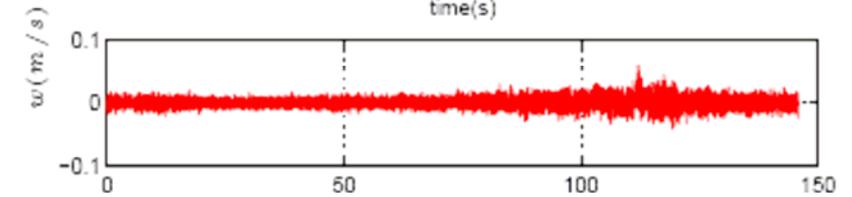
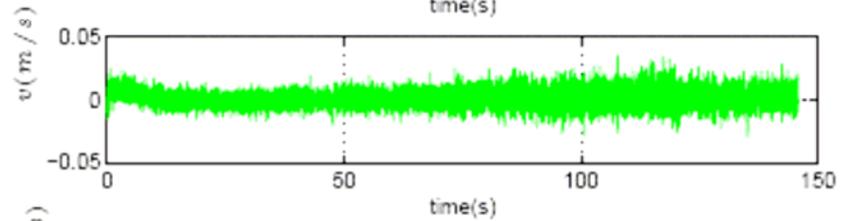
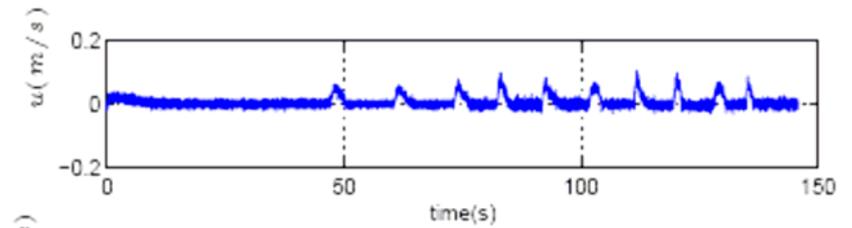
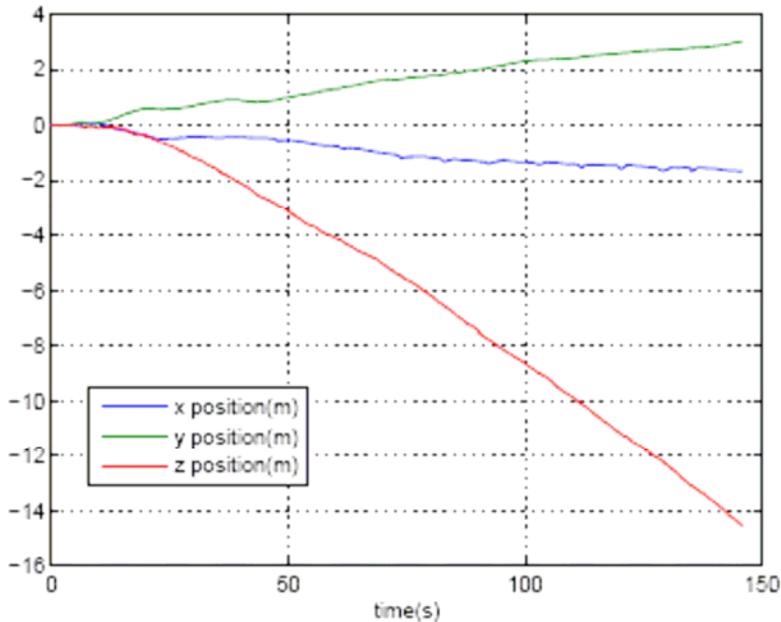
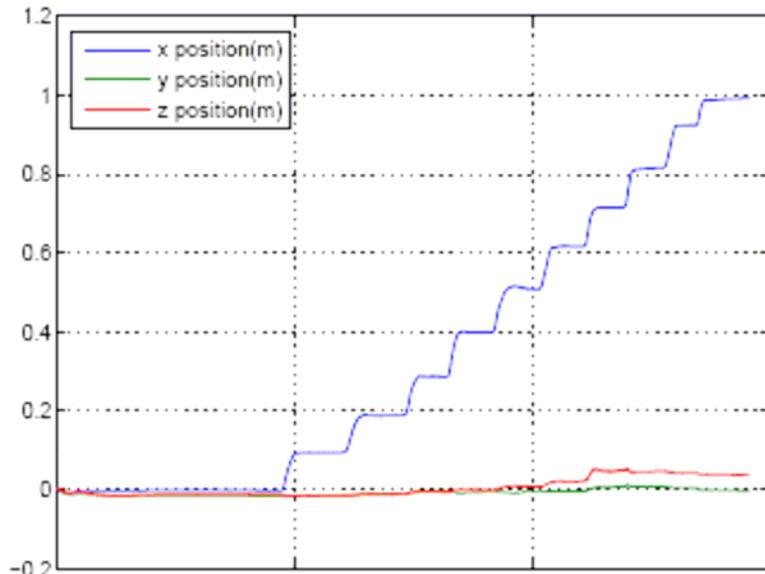


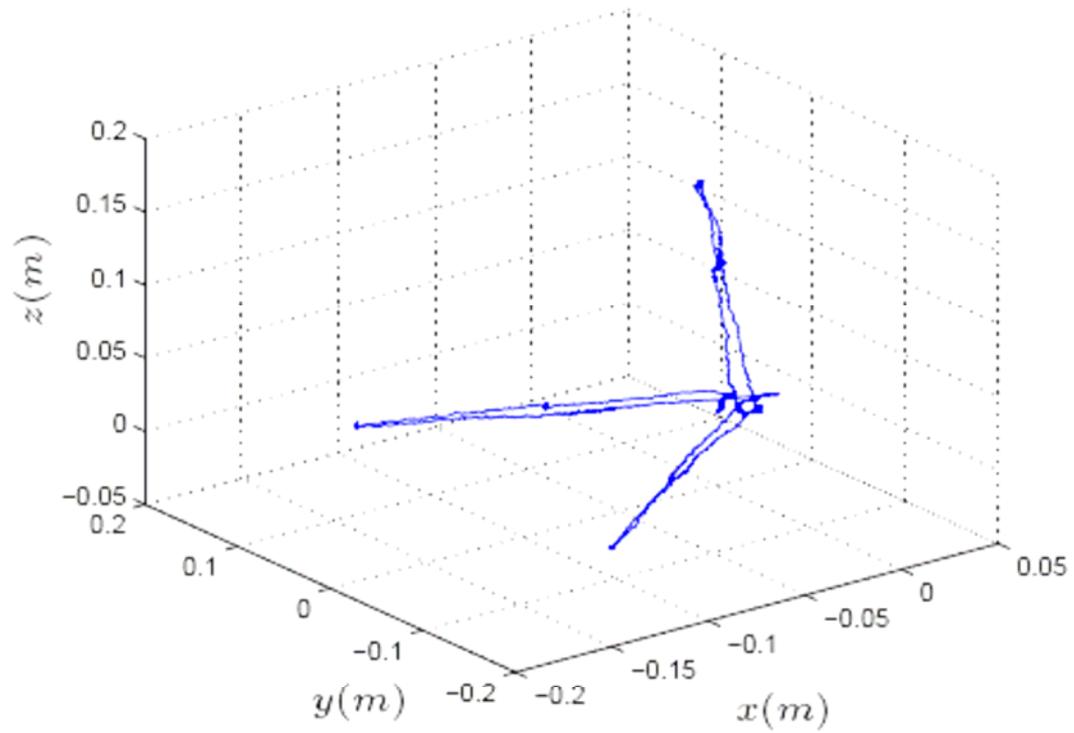
Mesure expérimentale des gradients du champs magnétique



$$\dot{M} = -\Omega \times M + R \nabla^2 h R^T V$$

Résultats expérimentaux





Quelques références

1. D. Vissiere, A. Martin, N. Petit. Using distributed magnetometers to increase IMU-based velocity estimation into perturbed area, CDC 07
2. Ph. Martin, E. Salaun. Invariant observer for attitude and heading estimation using low-cost inertial and magnetic sensors, CDC 07
3. D. Vissiere, D. E. Chang, N. Petit. Experiments of trajectory generation and obstacle avoidance for a UGV, ACC 07
4. N. Petit, M. B. Milam, and R. M. Murray. Inversion based constrained trajectory optimization. In 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, 2001.
5. F. Chaplais and N. Petit. Inversion in indirect optimal control of multivariable systems. ESAIM COCV, 2007.