

Réunion du GT UAV

ENSAM, Paris

24 mai 2012

Evitement de collision pour un drone

Anna Désilles,

Eva Crück, Hasnaa Zidani

`anna.desilles@ensta-paristech.fr`

ENSTA ParisTech, Paris, France

Introduction. Fonction "Voir et éviter"

Le principe "voir et éviter"

- Les réglementations internationales en vigueur de l'aviation civile stipulent que le pilote est responsable du maintien de surveillance en vue de détection des menaces potentielles de collision.
- Il est impossible pour un drone de respecter cette réglementation au sens strict. La fonction "voir et éviter", encore en cours de spécification dans les conventions internationales, doit permettre à un drone sans pilote d'être reconnu aussi sûr qu'un appareil piloté par un humain.
- L'une des difficultés dans la conception d'une telle fonction consiste à traduire les exigences de sécurité en spécifications précises pour les capteurs et les autres systèmes à bord.

Objectifs de l'étude

- Proposer une méthodologie permettant de définir des zones d'espace correspondant aux différents niveaux de risque en situation de conflit potentiel
- L'évaluation numérique de ces zones permet de spécifier les performances de détection pour les capteurs à bord.
- Dans le cas où une manoeuvre doit être engagée pour l'évitement de collision pouvoir déterminer une stratégie optimale

Notre approche : quelques hypothèses

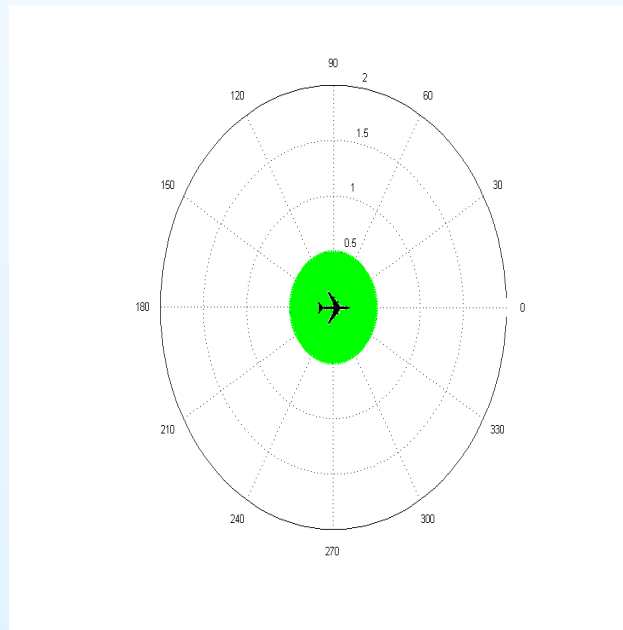
- En cas de détection d'une menace de collision, seul le drone peut manoeuvrer pour l'éviter. Ceci correspond au pire cas où le pilote de l'avion rencontré n'est pas informé de la présence du drone.
- Les manoeuvres engagées doivent tenir compte d'éventuelles incertitudes sur la position et la trajectoire de l'intrus.
- Un éventuel conflit potentiel doit être détecté suffisamment tôt pour que une manoeuvre d'évitement satisfaisante puisse être trouvée (le temps d'analyse de la situation, le temps de réponse aux manoeuvres non négligeables).

Notre approche : problème d'évitement

- On définit un problème d'évitement de collision comme *empêcher tout trafic d'entrer dans un volume noté \mathcal{O} centré à la position du drone.*
- On considère \mathcal{O} défini comme un cylindre de rayon Sep_h et hauteur Sep_v .

Notre approche : problème d'évitement

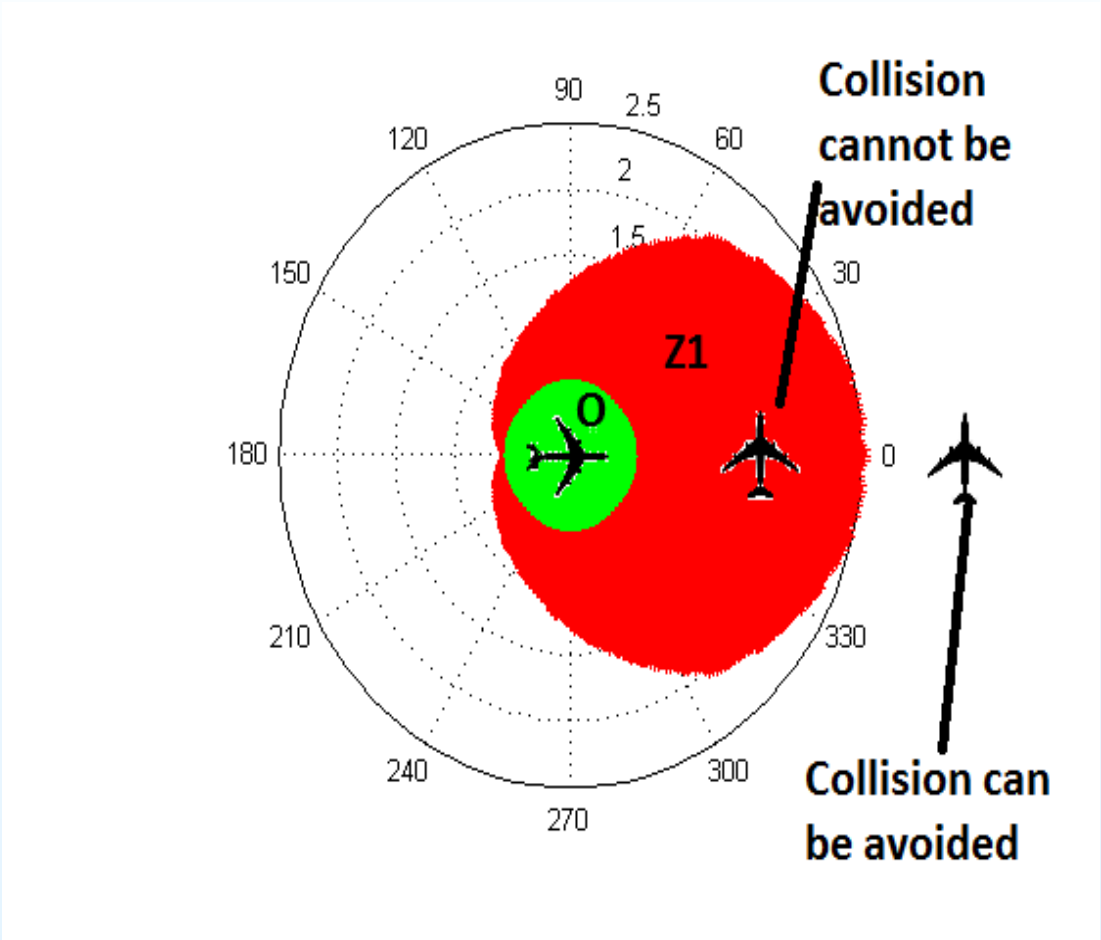
- On définit un problème d'évitement de collision comme *empêcher tout trafic d'entrer dans un volume noté \mathcal{O} centré à la position du drone.*
- On considère \mathcal{O} défini comme un cylindre de rayon Sep_h et hauteur Sep_v .



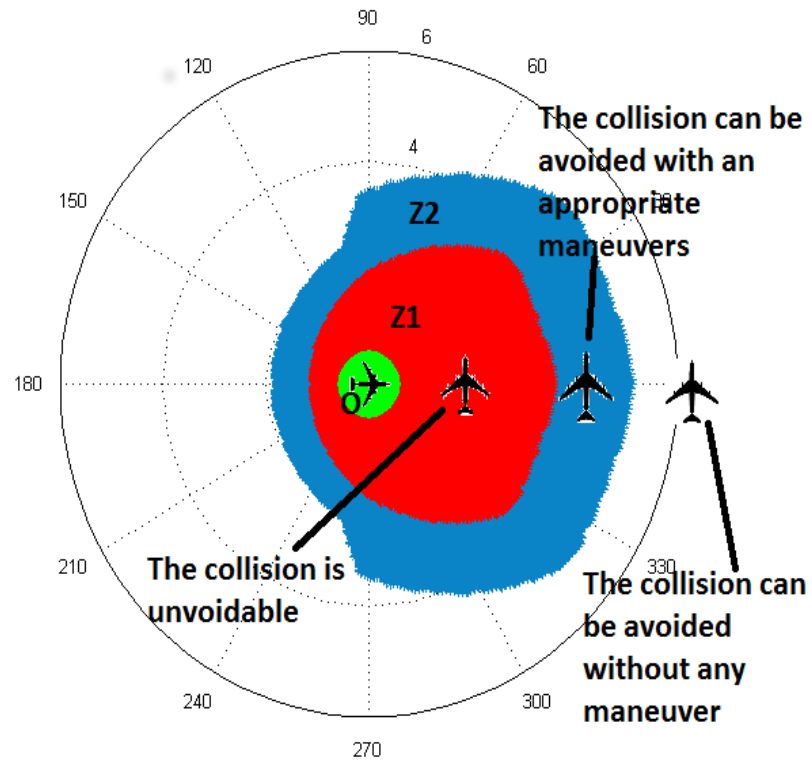
Classification de situations de conflit

- S_1 : l'évitement de collision est impossible
- S_2 : l'évitement de collision est possible **seulement** si une manoeuvre est engagée suffisamment tôt
- S_3 : l'évitement est garanti sans aucune manoeuvre avant un horizon de temps donné.

Classification de situations de conflit



Classification de situations de conflit



*Caractérisation mathématique des différents niveaux
d'insécurité*

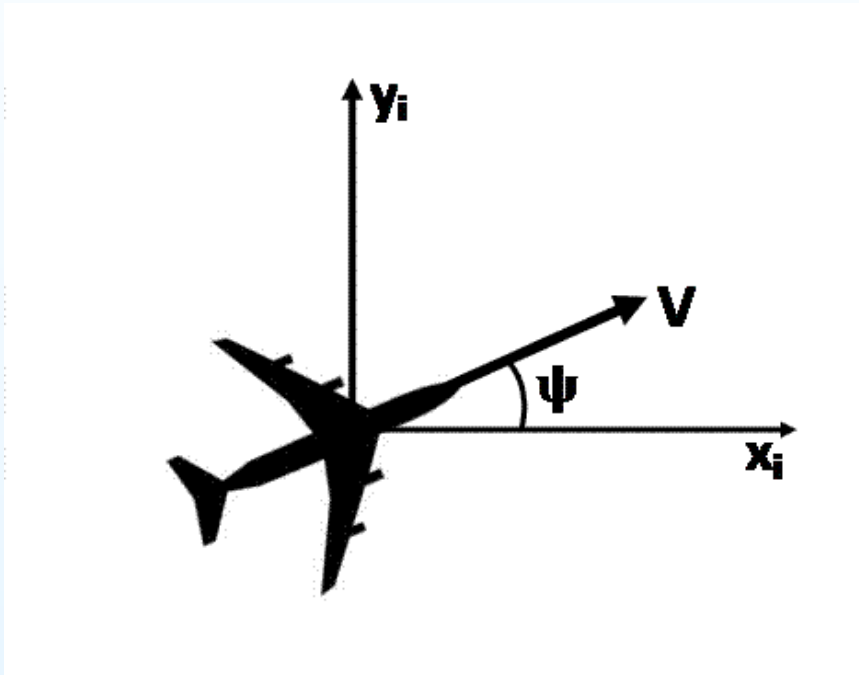
Modèles pour la dynamique de vol: les variables

Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont

- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse

Modèles pour la dynamique de vol: les variables

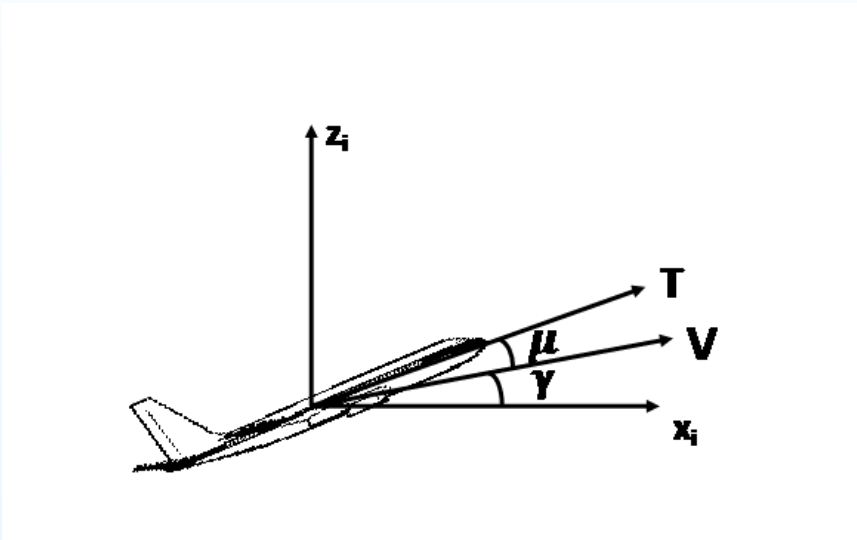
Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont



- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse
- $\psi \in [-\pi, \pi]$ cap

Modèles pour la dynamique de vol: les variables

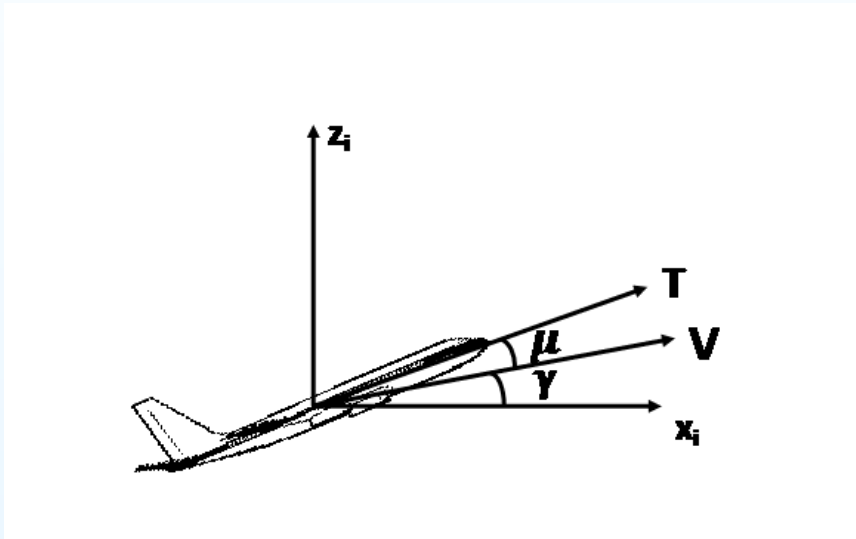
Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont



- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse
- $\psi \in [-\pi, \pi]$ cap
- $\gamma \in [-\pi, \pi]$ pente

Modèles pour la dynamique de vol: les variables

Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont



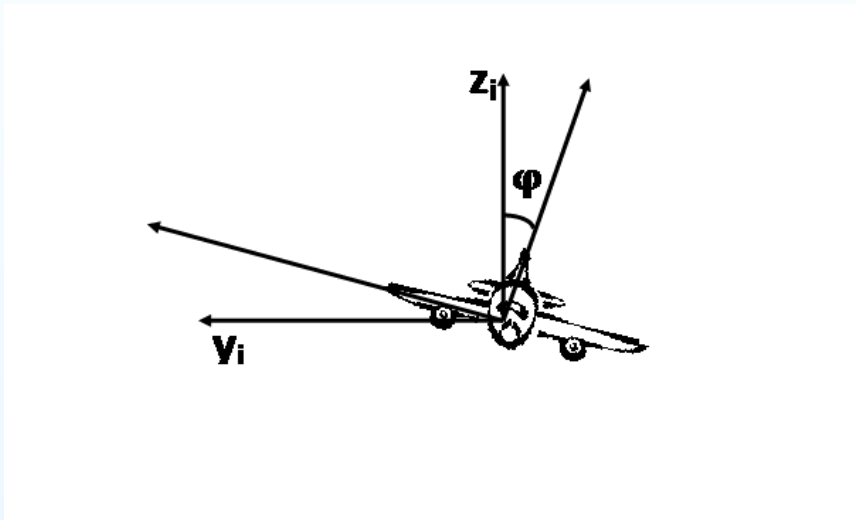
- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse
- $\psi \in [-\pi, \pi]$ cap
- $\gamma \in [-\pi, \pi]$ pente

Les contrôles sont

- l'incidence $\mu \in [\mu_{min}, \mu_{max}]$

Modèles pour la dynamique de vol: les variables

Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont



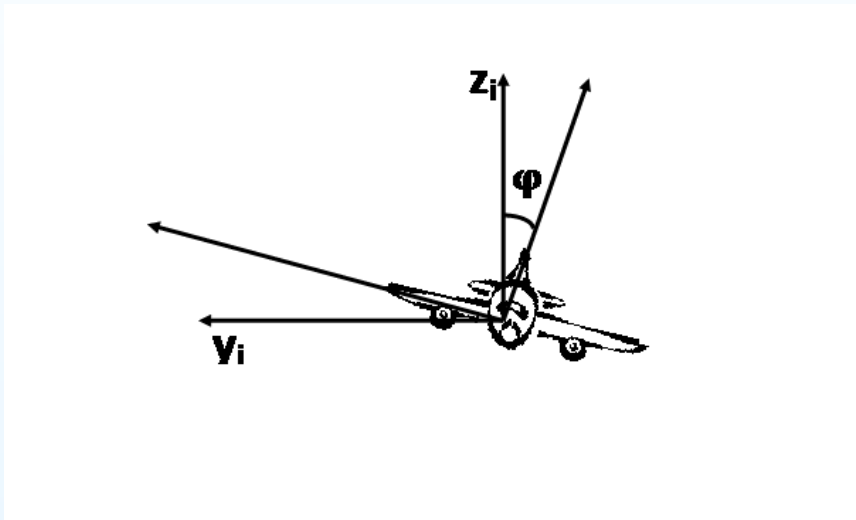
- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse
- $\psi \in [-\pi, \pi]$ cap
- $\gamma \in [-\pi, \pi]$ pente

Les contrôles sont

- l'incidence $\mu \in [\mu_{min}, \mu_{max}]$
- Le roulis $\phi \in [\phi_{min}, \phi_{max}]$

Modèles pour la dynamique de vol: les variables

Les variables décrivant l'évolution d'un avion sont



- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ is the **position horizontale** du centre de masse par rapport à un repère inertiel
- $h \in \mathbb{R}_+$ altitude
- $V \in [V_{min}, V_{max}]$ vitesse
- $\psi \in [-\pi, \pi]$ cap
- $\gamma \in [-\pi, \pi]$ pente

Les contrôles sont

- l'incidence $\mu \in [\mu_{min}, \mu_{max}]$
- Le roulis $\phi \in [\phi_{min}, \phi_{max}]$
- la poussée $T \in [T_{min}, T_{max}]$

Hypothèses

- On suppose que au moment de détection d'un intrus le drone suit une de vitesse constante et d'assiette nulle.
- L'intrus se déplace également avec une vitesse constante V_a , un angle de cap constant ψ_a et $\gamma_a = 0$.
- Sous ces hypothèses nous pouvons utiliser des modèles de dynamique simplifiés pour des coordonnées relatives de l'intrus par rapport au drone.
- On considère alors le mouvement de l'intrus par rapport à un repère attaché au centre de masse du drone.
- Dans les modèles simplifiés on introduit en particulier la vitesse angulaire

$$\omega = \frac{g}{V_u} \tan(\phi)$$

comme contrôle à la place de ϕ .

Evitement horizontal

- On suppose que les deux aéronefs se déplacent à altitude constante et égale et avec la vitesse constante.
- L'état du système des deux avions est décrit par le vecteur (x, y, ψ) , où (x, y) est la position horizontale de l'intrus par rapport au centre de masse du drone et ψ est l'angle de cap relatif.
- Les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} \dot{x} = -V_u + V_a \cos(\psi) + \omega y \\ \dot{y} = V_a \sin(\psi) - \omega x \\ \dot{\psi} = -\omega \end{cases} \quad (1)$$

où la seule variable de contrôle est la vitesse angulaire du drone ω .

Evitement vertical

On suppose que l'angle de cap relatif reste constant $\psi = \psi_0$. Le contrôle T est utilisé pour maintenir la vitesse constante. L'état du système des deux avions est alors décrit par le vecteur (x, y, h) et les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} \dot{x} = -V_u \cos(\gamma_u) + V_a \cos(\psi_0) \\ \dot{y} = V_a \sin(\psi_0) \\ \dot{h} = -V_u \sin(\gamma_u) \end{cases} \quad (2)$$

Le système est contrôlé par la pente γ_u .

Cas général: notations

Notons $z(t) \in \mathbb{R}^d$ l'état de drone à tout temps $t > 0$ (position, vitesse, etc.) Son évolution peut être décrit par un système d'équations différentielles :

$$\dot{z}(s) = f(z(s), s, \alpha(s), \beta(s)), \text{ for a.e. } s \in [0, t], \quad (3)$$

$$z(0) = z_0 \quad (4)$$

avec une fonction f données correspondant à un choix de dynamique de vol.

Il peut y avoir deux types de contrôles. Le premier, $\alpha(\cdot)$ représente les commandes du drone et le second, $\beta(\cdot)$ des incertitudes prises en compte par le modèle choisi.

Notations

- Soient \mathcal{A} and \mathcal{B} deux ensembles compacts non vides de \mathbb{R}^m et \mathbb{R}^p respectivement. Soient
 $\mathbb{A} := \{\alpha : (0, t) \rightarrow \mathcal{A}, \text{ measurable}\}$ et
 $\mathbb{B} := \{\alpha : (0, t) \rightarrow \mathcal{B}, \text{ measurable}\}$.
- Pour tout $z_0 \in \mathbb{R}^d$ et $(\alpha, \beta) \in \mathbb{A} \times \mathbb{B}$, on note $z = z_{z_0}^{\alpha, \beta}$ la trajectoire associée.
- Soit $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^d$ un ensemble ouvert que l'on appellera "zone de collision" Cet ensemble est considéré comme un obstacle. Son complémentaire $\mathcal{K} = \mathbb{R}^d \setminus \mathcal{O}$ représente des contraintes d'état.

Evitement de collision sans incertitudes

En absence d'incertitudes la dynamique est simplifiée:

$$f(z, s, \alpha, \beta) = f(z, s, \alpha)$$

- L'ensemble Z_1 correspondant à la situation S_1 est composé de tous les états où la collision est impossible à éviter:

$$Z_1 = \{z_0 \in \mathcal{K} \mid \forall \alpha \in \mathbb{A} \exists s \in \mathbb{R}^+ \text{ s.t. } z_{z_0}^\alpha(s) \in \mathcal{O}\} \quad (5)$$

- L'ensemble $Z_2(t_f)$, correspondant à la situation S_2 , dépend d'un horizon de temps $t_f > 0$. Il est composé de tous les états initiaux dans $\mathbb{R}^d \setminus Z_1$ tels que **sans aucune manoeuvre** le système atteint la zone dangereuse Z_1 avant t_f .

$$Z_2(t_f) = \{z_0 \in \mathcal{K}, \mid \exists s \in [0, t_f] \text{ t.q. } z_{z_0}^{\alpha_0}(s) \in Z_1, \forall t \in [0, s], z_{z_0}(t) \in \mathcal{K}\}. \quad (6)$$

Prise en compte d'incertitudes : théorie des jeux

- Considérons un jeu à deux joueurs commençant à $t = 0$.
- Le premier joueur est le drone. Son objectif est d'éviter la zone de collision \mathcal{O} (ou, de façon équivalente, maintenir le système dans l'ensemble de contraintes \mathcal{K}).
- Le second joueur représente les incertitudes. Son objectif est de faire sortir le système de \mathcal{K} .

Stratégies non anticipatives

L'ensemble de stratégies non-anticipatives du premier joueur:

$$\Gamma := \left\{ a : \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}, \forall (\beta, \tilde{\beta}) \in \mathbb{B} \text{ et } \forall s \in [0, \infty], \right. \\ \left. \left(\beta(\theta) = \tilde{\beta}(\theta) \text{ a.e. } \theta \in [0, s] \right) \Rightarrow \left(a[\beta](\theta) = a[\tilde{\beta}](\theta) \text{ a.e. } \theta \in [0, s] \right) \right\}.$$

Domaine de victoire du premier joueur

$$\mathcal{V}_1(\mathcal{K}) = \{z_0 \in \mathcal{K}, \mid \exists a \in \Gamma, \text{ such that } \forall \beta(\cdot) \in \mathbb{B}, \forall t \geq 0, z_{z_0}^{a[\beta], \beta}(t) \in \mathcal{K}\}.$$

Caractérisation des zones d'insécurité



$$W_1 = \mathbb{R}^3 \setminus \mathcal{V}_1(\mathcal{K}). \quad (7)$$



$$W_2(t_f) = \{z_0 \in \mathbb{R}^d, \exists \beta(\cdot) \in \mathbb{B}, \exists s \in [0, t_f] \text{ s.t. } z_{z_0}^{\alpha_0, \beta}(s) \in W_1\}. \quad (8)$$

Avec incertitudes

- L'interprétation des ensembles W_1 et $W_2(t_f)$ est différente de celle des ensembles Z_1 and $Z_2(t_f)$
- Si un intrus est détecté dans la zone W_1 l'évitement de collision ne peut pas être garanti. Pour tout choix de contrôle de drone il existe un risque de collision, mais cela ne signifie pas qu'elle aura nécessairement lieu.
- Si l'intrus se trouve en dehors de W_1 il est possible de trouver une manoeuvre qui garantit l'évitement de collision.

Approche HJB

Méthode des ensembles de niveaux

- Pour caractériser les ensembles d'insécurité nous utilisons l'approche par "ensembles de niveaux"
- A chacun d'eux on peut associer un problème de contrôle optimal de telle sorte que l'ensemble que l'on recherche soit un ensemble de niveau de la fonction valeur correspondante
- Notre approche permet de caractériser les fonctions valeur par des équations de type Hamilton-Jacobi

Hypothèses

Dans toutes nos considérations la dynamique de vol est décrite par un système d'équations différentielles de type

$$\dot{y} = f(y(t), \alpha(t), \beta(t)), \quad (9)$$

vérifiant les propriétés suivantes:

(H1) il existe un $L_f > 0$, t.q. pour tout

$$(x, x', a, b) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \times \mathcal{A} \times \mathcal{B},$$

$$|f(x, a, b) - f(x', a, b)| \leq L_f |x - x'|,$$

où $L_f > 0$ est une constante de Lipschitz.

(H2) Pour tout $y \in \mathbb{R}^d$, et tout $b \in \mathcal{A}$, $f(y, \mathcal{A}, b)$ est une partie convexe de \mathbb{R}^d .

Prise en compte des contraintes

Considérons un paramètre $\lambda > L_f$ et une fonction Lipschitz continue $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ telle que

$$g(x) \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathcal{K}. \quad (10)$$

Une telle fonction existe toujours car il suffit de prendre $g(x) := d_{\mathcal{K}}(x)$, où $d_{\mathcal{K}}$ est la distance signée ($d_{\mathcal{K}}(x) = -d(x, \partial\mathcal{K})$ si $x \in \partial\mathcal{K}$ et $d_{\mathcal{K}}(x) = d(x, \partial\mathcal{K})$ sinon).

Pénalisation des contraintes

Considérons le problème de contrôle optimal à horizon infini

$$\vartheta(x) := \inf \left\{ \max_{\theta \in [0, +\infty[} \left(e^{-\lambda\theta} g(y_x^\alpha(\theta)) \right), \alpha \in \mathbb{A} \right\}. \quad (11)$$

Le terme $\max_{\theta \in [0, \infty]} g(y_x^\alpha(\theta))$ joue le rôle de pénalisation qu'une trajectoire y_x^α devrait subir si elle ne respecte pas les contraintes.

Caractérisation de l'ensemble Z_1

Theorem 1. Soient g une fonction Lipschitz continue associée à l'ensemble des contraintes \mathcal{K} et ϑ du problème de contrôle optimal défini ci-dessus. Alors l'ensemble Z_1 peut être caractérisé comme suit:

(i)

$$Z_1 = \{x \in \mathbb{R}^d, \vartheta(x) > 0\}. \quad (12)$$

(ii) si $\vartheta(x) < 0$ et $\overset{\circ}{\mathcal{K}} = \{x, g(x) < 0\}$, alors il existe une trajectoire admissible y_x^α qui reste dans la région $\overset{\circ}{\mathcal{K}}$ et ne touche jamais la frontière ∂K .

Caractérisation de la fonction valeur

Theorem 2. *Sous l'hypothèse (H1), pour tout $\lambda > L_f$ et toute fonction Lipschitz continue g vérifiant 10, la fonction valeur ϑ est l'unique solution de viscosité continue de l'inéquation variationnelle*

$$\min(\lambda\vartheta + H(x, \nabla\vartheta), \vartheta - g(x)) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^d. \quad (13)$$

avec l'hamiltonien défini par

$$H(x, p) := \max_{\alpha \in \mathcal{A}} (-f(x, \alpha) \cdot p), \quad (14)$$

Caractérisation de l'ensemble Z_2

- Pour un $t_f > 0$, l'ensemble $Z_2(t_f)$ correspond à toutes les positions initiales à partir desquelles le système atteint Z_1 sans aucune manoeuvre. Ici la dynamique du système devient $f(x, 0, 0) =: f_0(x)$.
- Alors l'ensemble $Z_2(t_f)$ correspond à un bassin de capture de Z_1 sous la dynamique f_0 et il peut également être caractérisé par la fonction valeur d'un problème de contrôle optimal.

Caractérisation de l'ensemble W_1

- En présence d'incertitudes l'ensemble W_1 représente le "pire cas" et peut être décrit à l'aide de la fonction valeur d'un jeu différentiel dans lequel l'incertitude correspond à un second joueur.
- Considérons une fonction Lipschitz continue g associée comme dans le cas précédent à l'ensemble de contraintes et $\lambda > L_f$.
- On définit alors le problème de contrôle associé à la première situation S_1 comme:

$$v^{\text{unc}}(x) := \min_{a \in \Gamma} \max_{\beta \in \mathbb{B}} \left\{ \max_{\theta \in [0, +\infty[} \left(e^{-\lambda\theta} g(y_x^{a[\beta], \beta}(\theta)) \right) \right\}. \quad (15)$$

- Alors :

$$W_1 = \left\{ x \in \mathbb{R}^d, v^{\text{unc}}(x) > 0 \right\}.$$

Fonction valeur associée à l'ensemble W_1

Theorem 3. *Sous les hypothèses (H1)-(H2) soit v^{unc} la fonction valeur du problème 15 est l'unique solution de viscosité continue de l'équation de Hamilton-Isaac:*

$$\min (\lambda v^{unc} + H^{unc}(x, \nabla v^{unc}(x)), v^{unc}(x) - g(x)) = 0 \quad \text{for } x \in \mathbb{R}^d, \quad (16)$$

avec l'hamiltonien $H^{unc}(x, p) = \max_{a \in \mathcal{A}} \min_{b \in \mathcal{B}} (-f(x, a, b) \cdot p)$.

Caractérisation de $W_2(t_f)$

- Pour un $t_f > 0$, la définition de l'ensemble $W_2(t_f)$ implique que la dynamique est contrôlée uniquement par les incertitudes:

$$f(x, 0, \beta) =: f_1(x, \beta).$$

- Alors l'ensemble $W_2(t_f)$ est à nouveau un bassin de capture de W_1 sous la dynamique f_1 . Il peut donc être caractérisé de manière similaire à $Z_2(t_f)$.

Exemples numériques

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_1

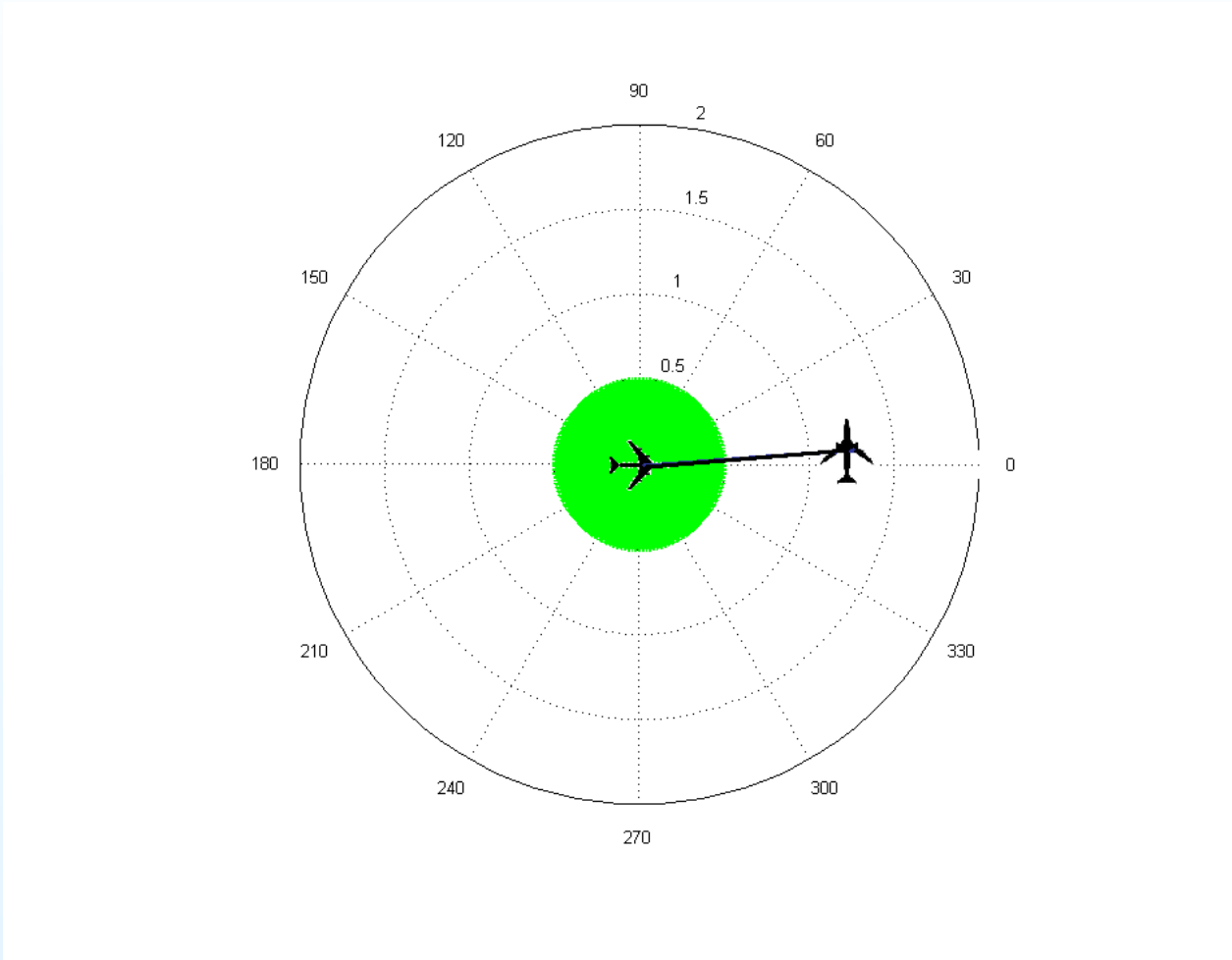


Figure 1: Analysis of a conflict situation

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_1

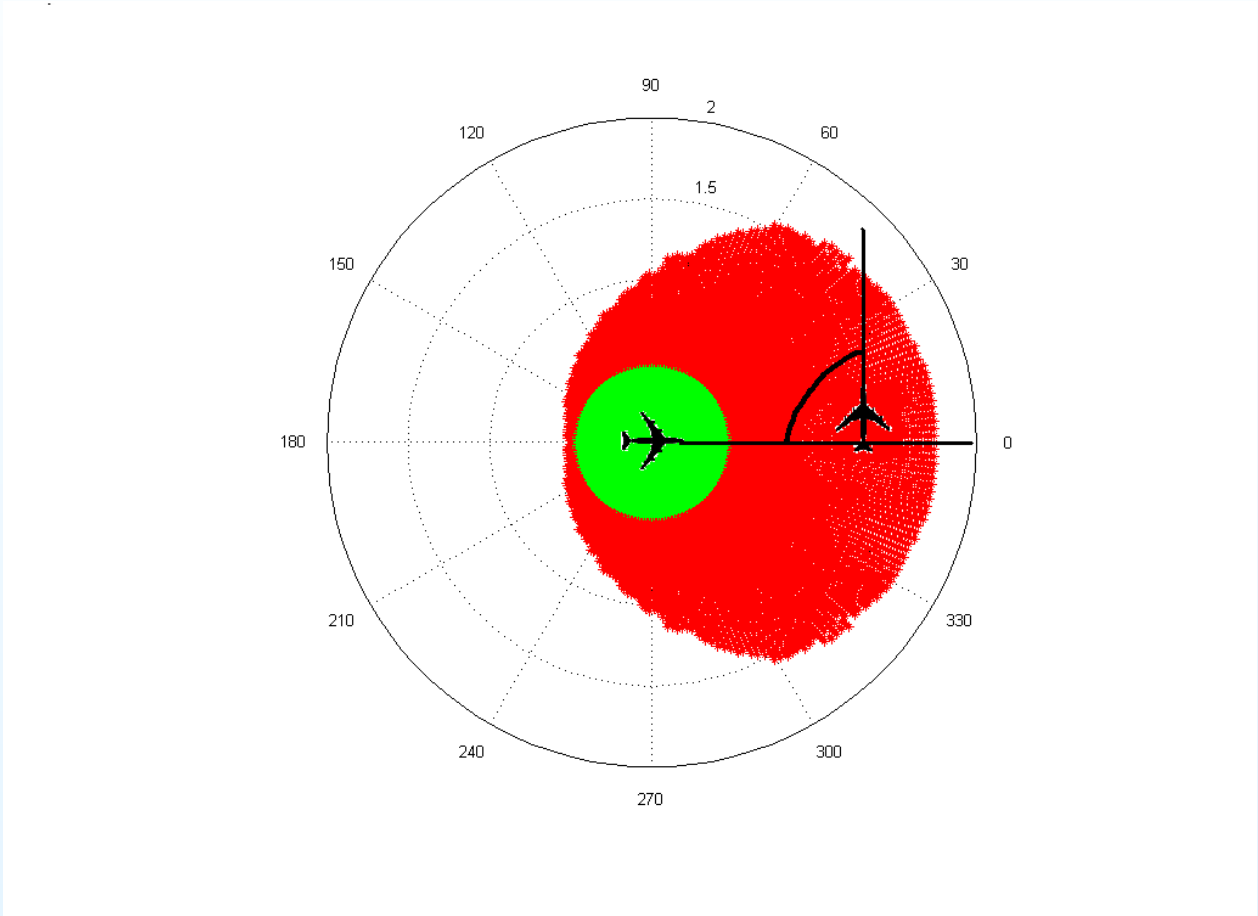


Figure 2: Analysis of a conflict situation

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_1

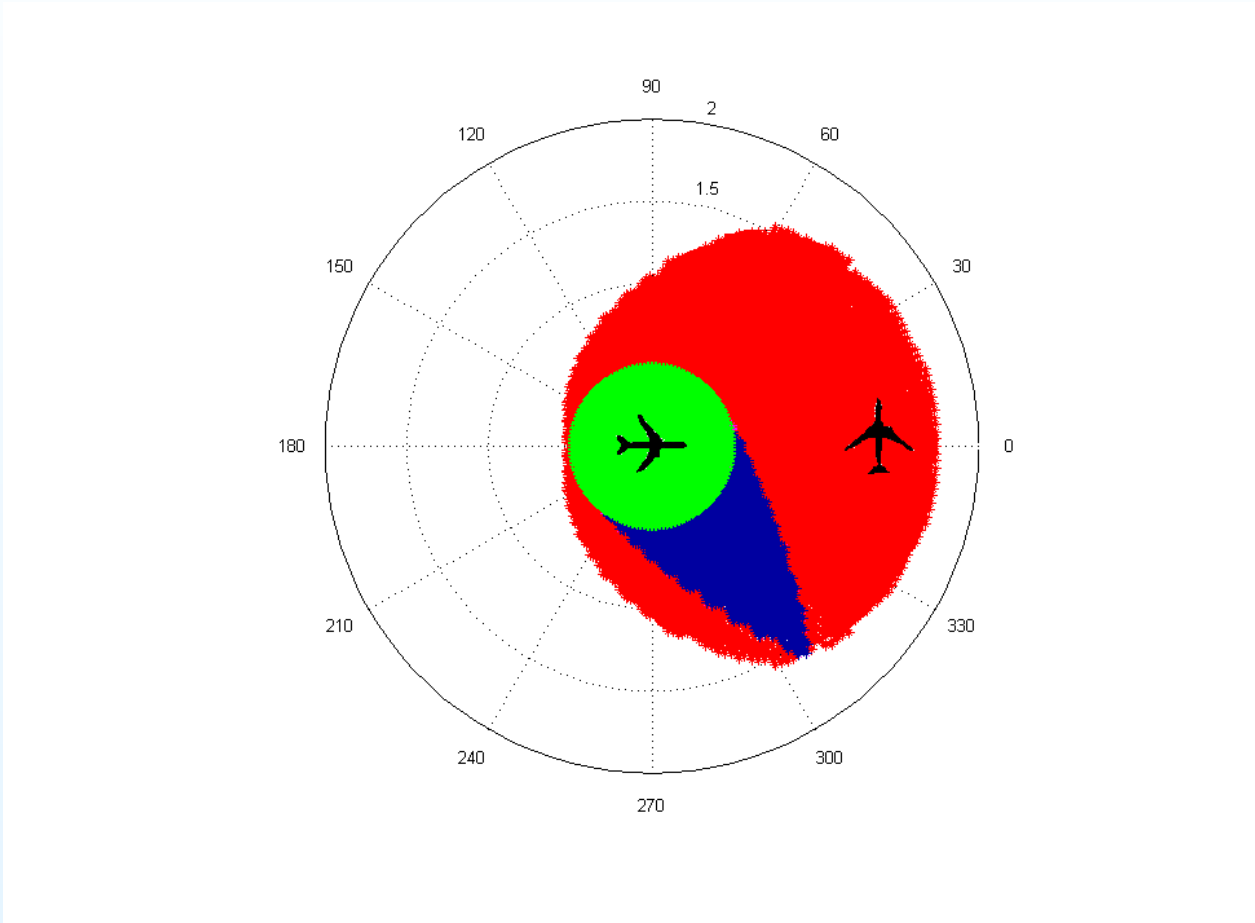


Figure 3: Analysis of a conflict situation

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_2

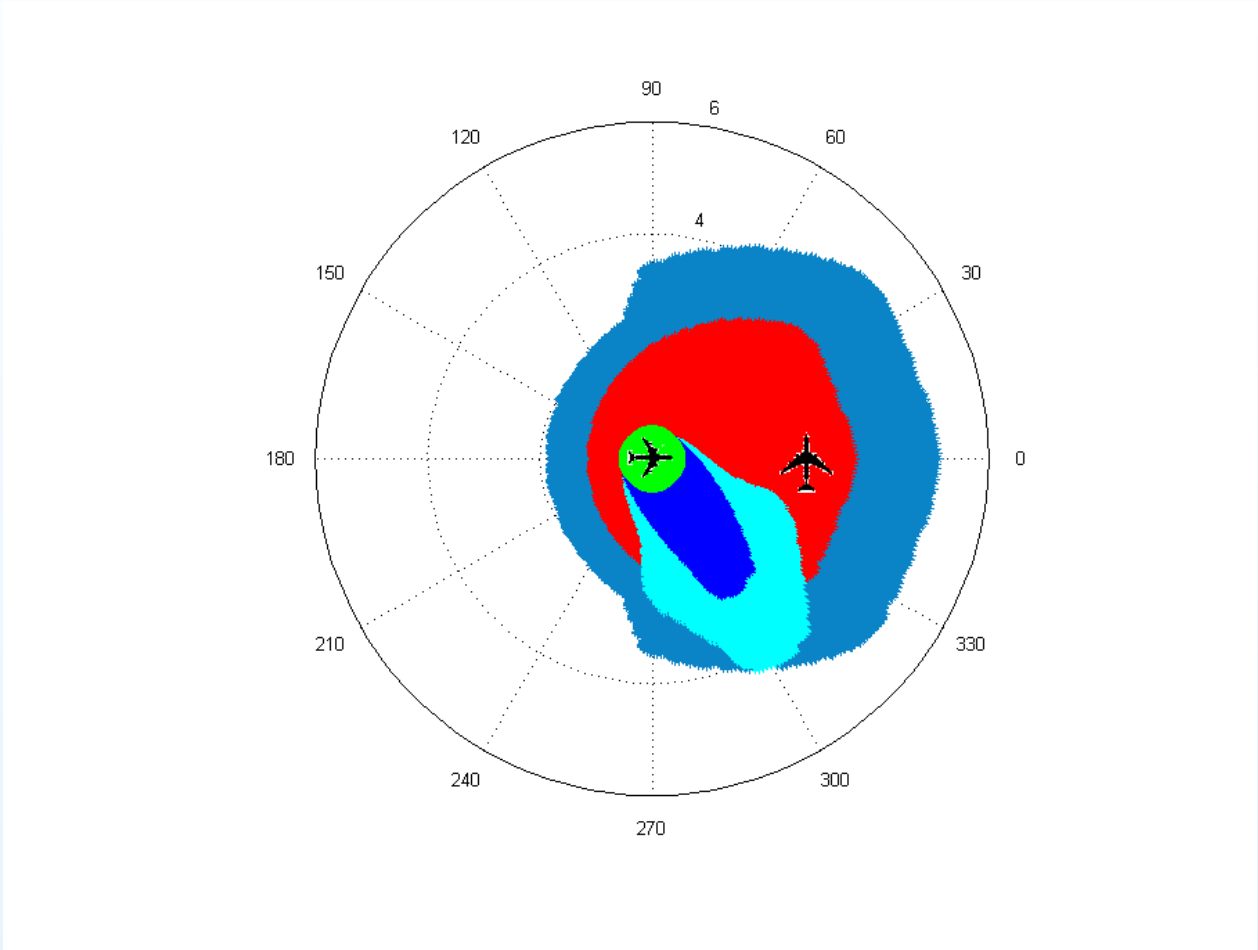


Figure 4: Analysis of a conflict situation

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_2

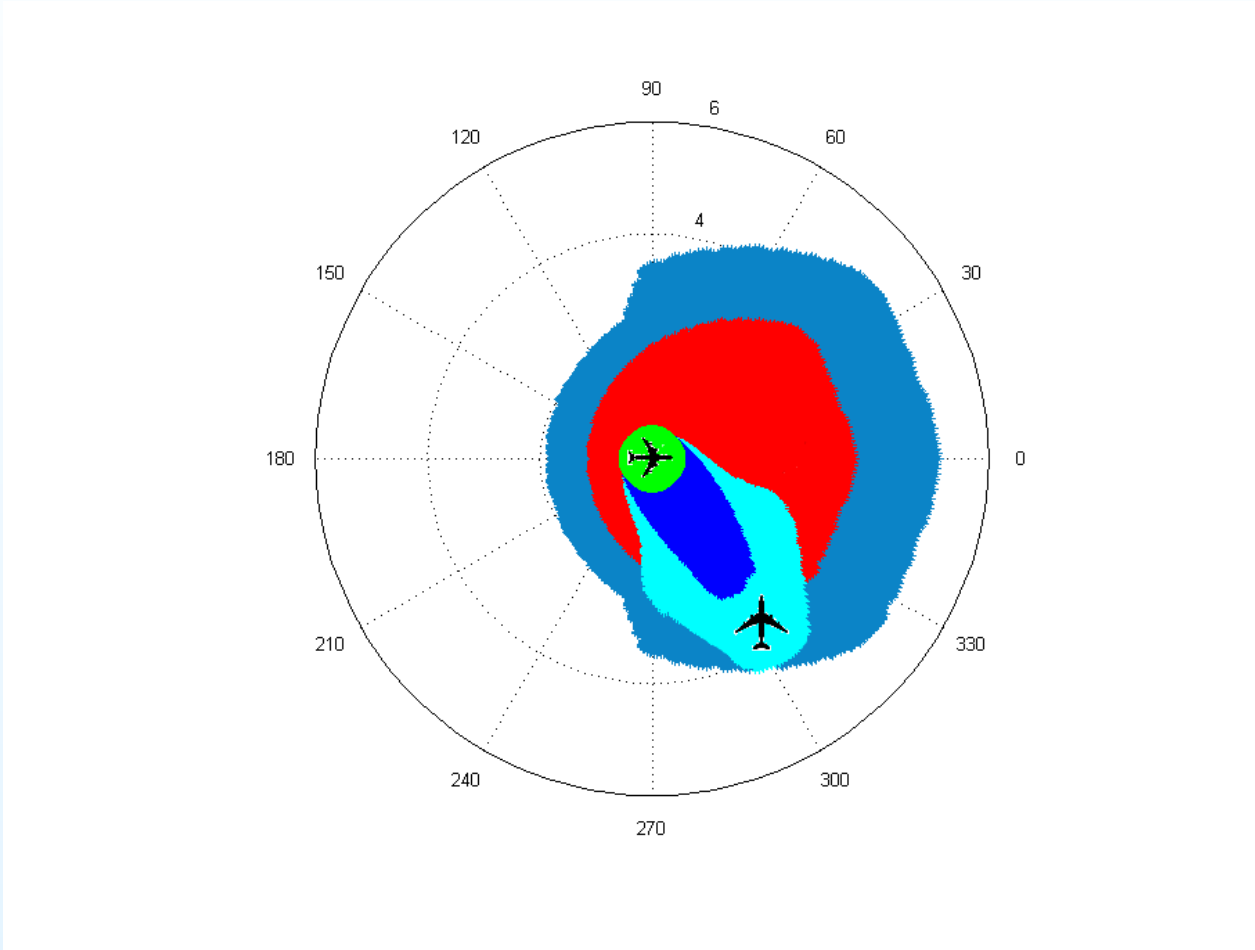


Figure 5: Analysis of a conflict situation

Analyse d'une situation de conflit : ensemble Z_2

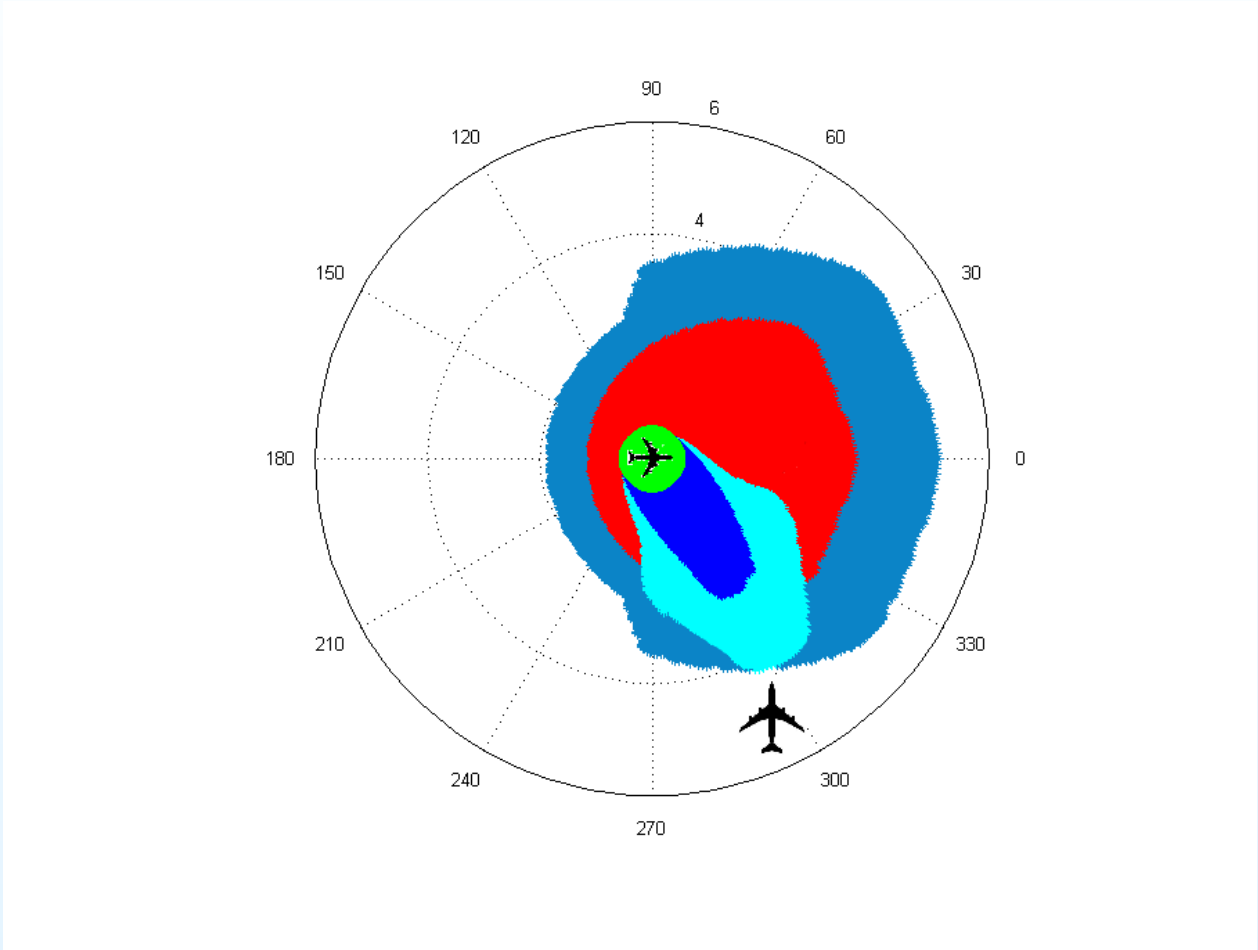


Figure 6: Analysis of a conflict situation

Comparaison de modèles de manoeuvres différents

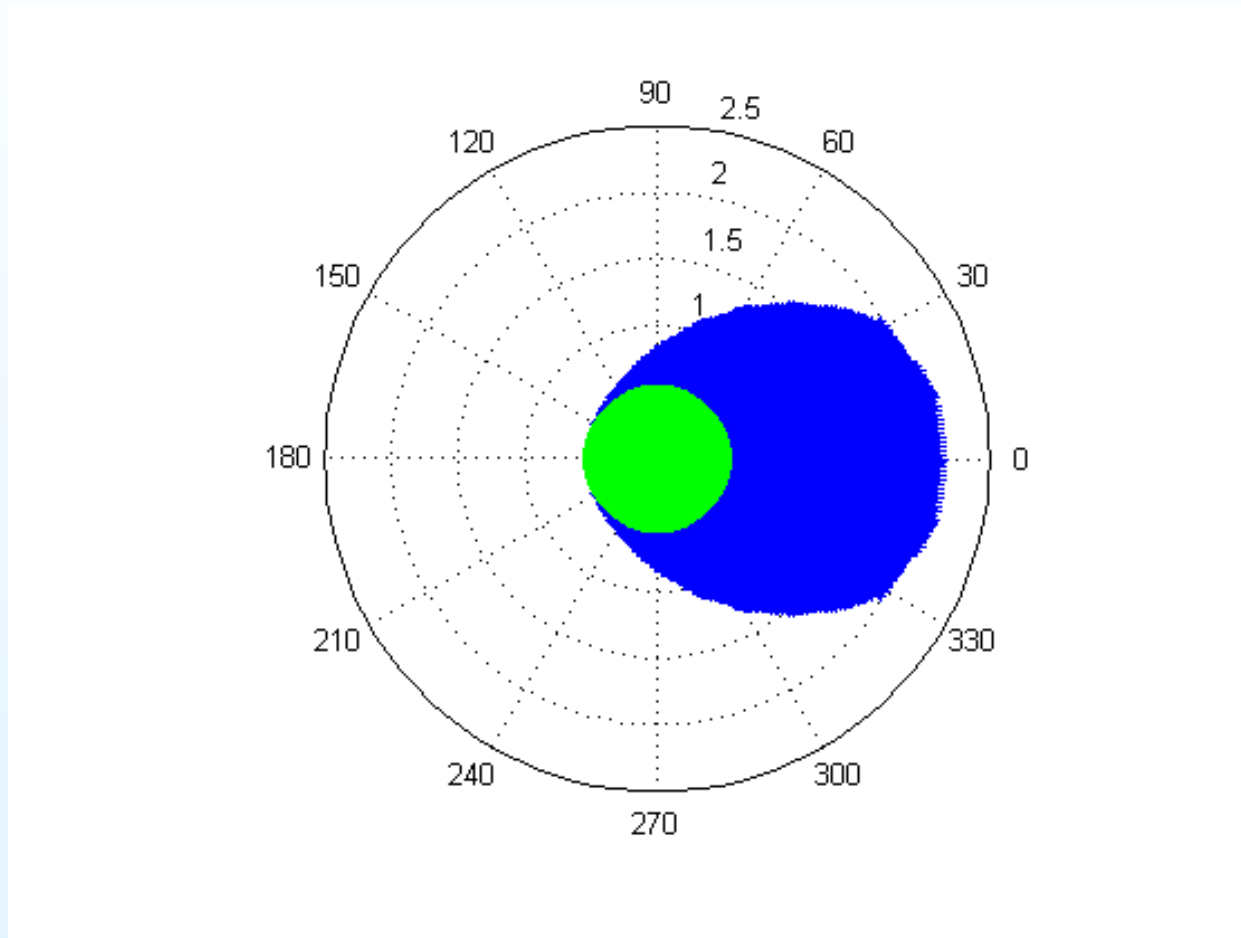


Figure 7: Analysis of a conflict situation

Comparaison de modèles de manoeuvres différents

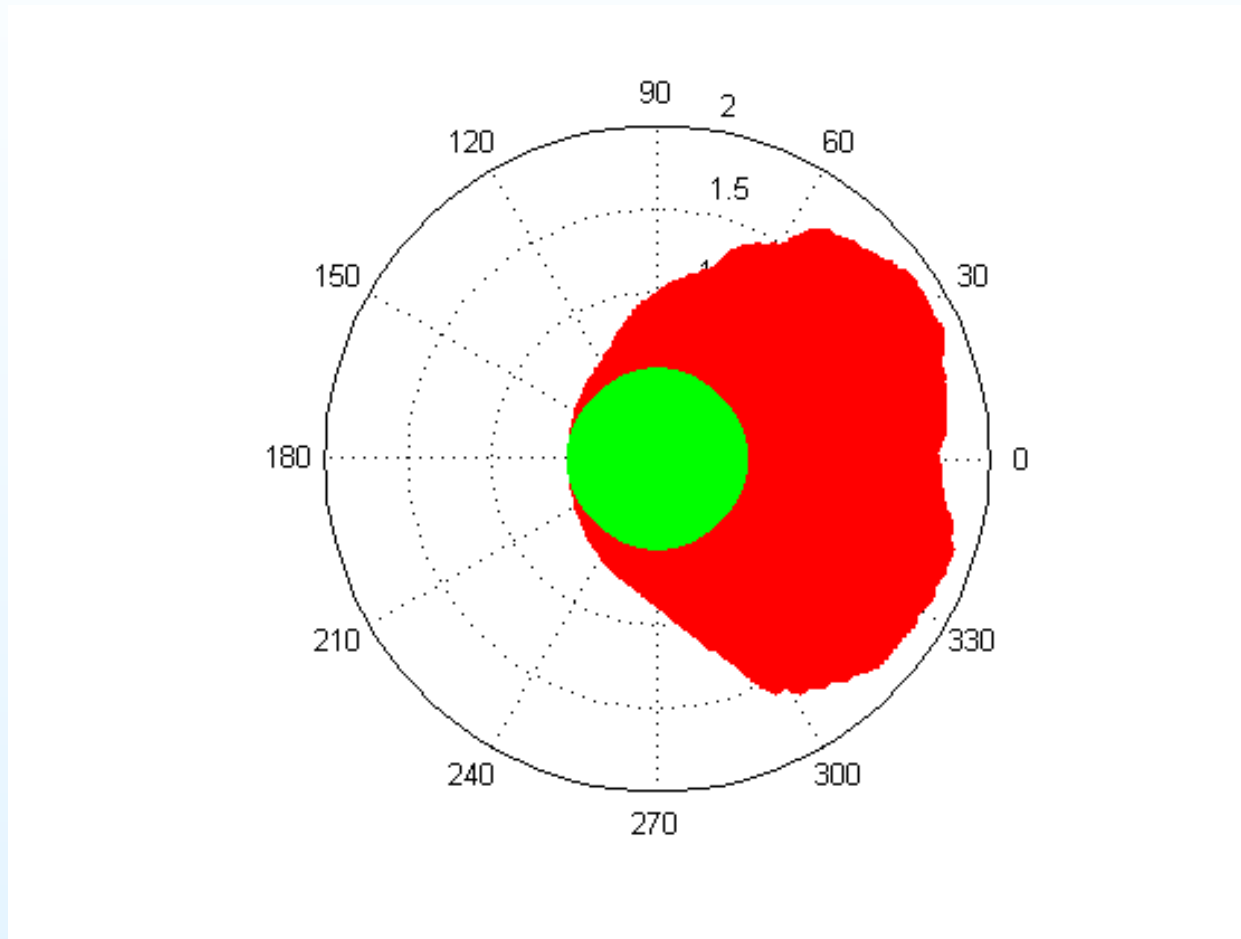


Figure 8: Analysis of a conflict situation

Comparaison de modèles de manoeuvres différents

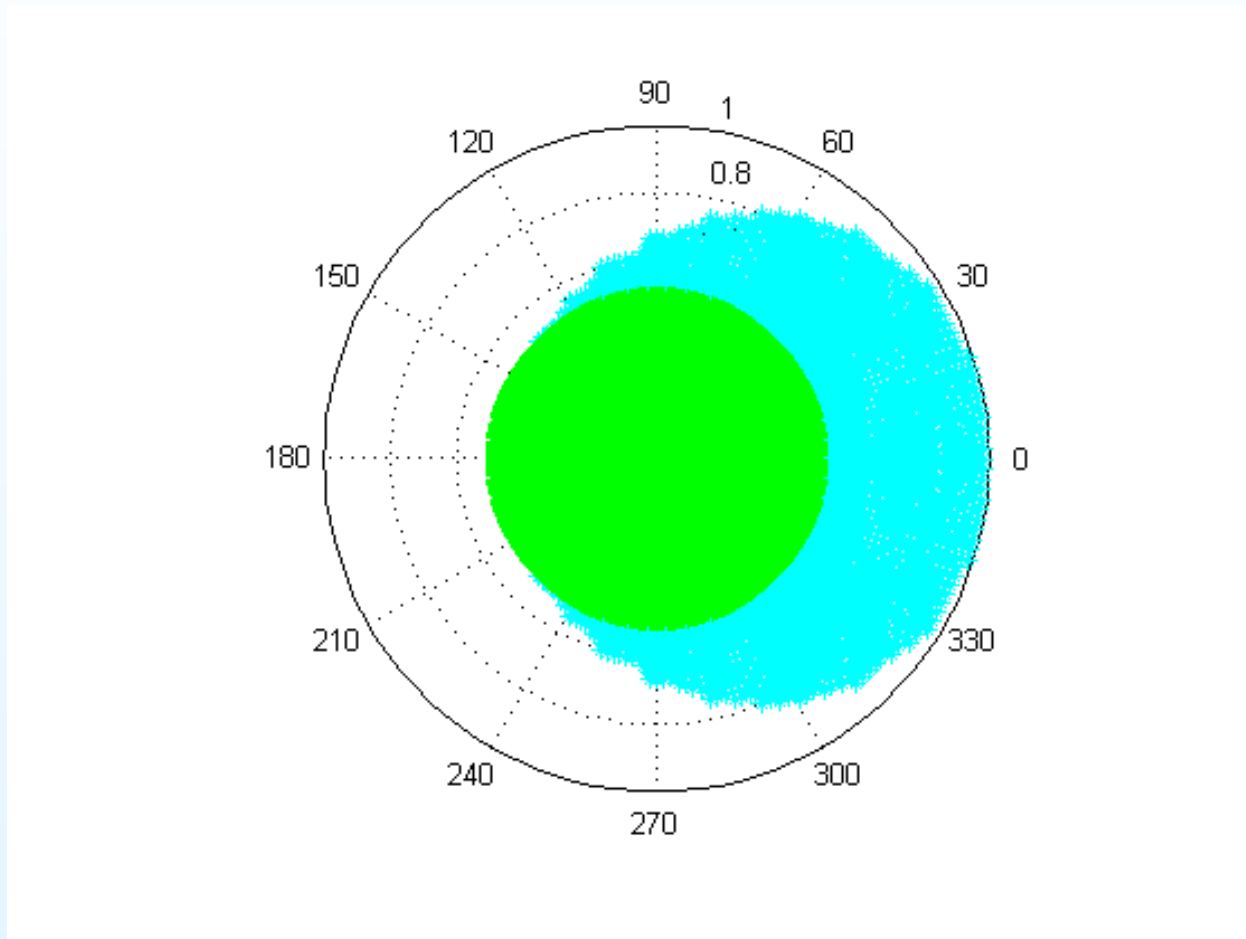


Figure 9: Analysis of a conflict situation

Comparaison de modèles de manoeuvres différents

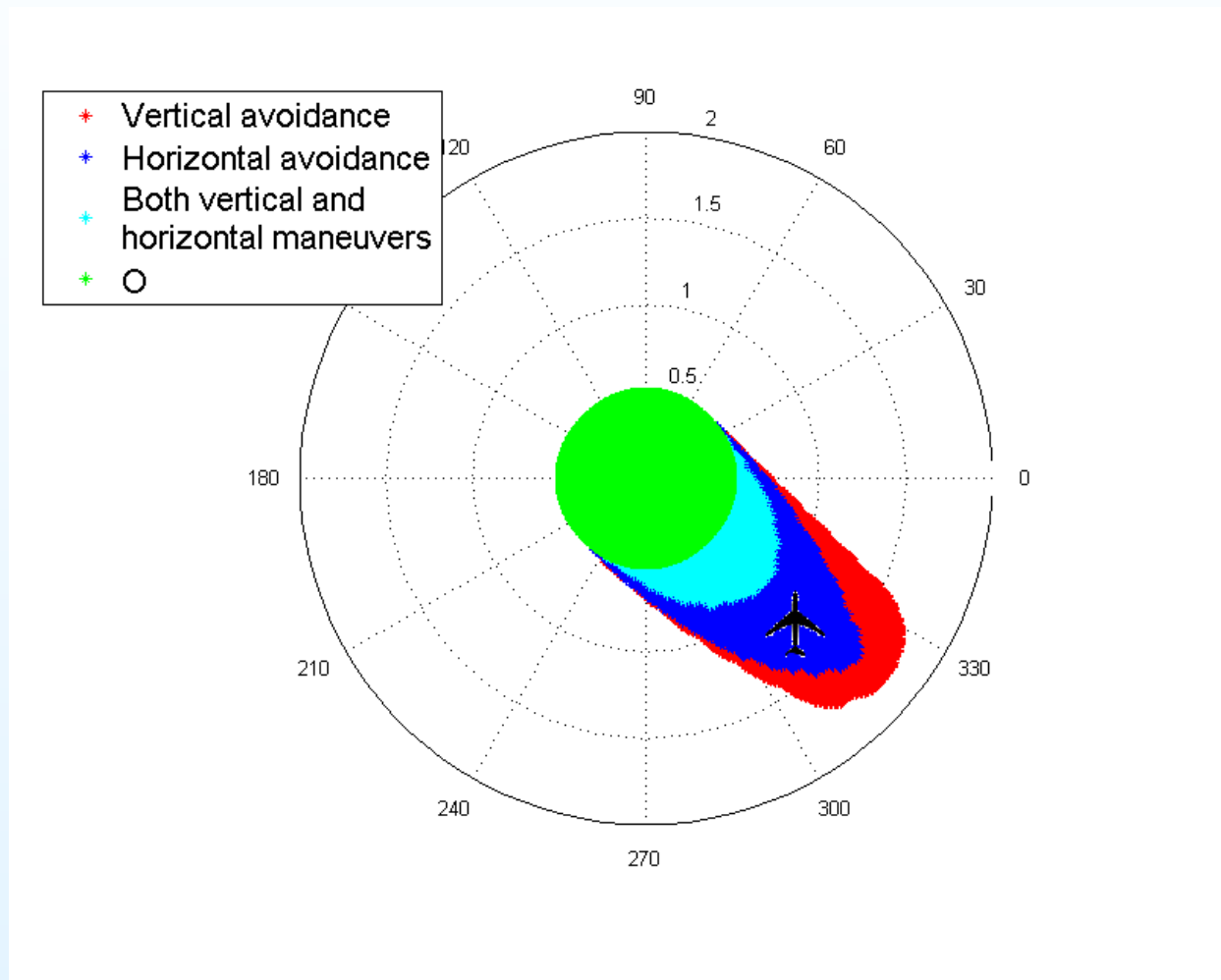


Figure 10: Analysis of a conflict situation

Bibliographie

- E. Crück and J. Lygeros. Sense and avoid system for a male uav (2007).
- O. Bokanowski and H. Désilles, A. Zidani. Hamilton-Jacobi approach for planning motion and reachability analysis (2011).
- O. Bokanowski, N. Forcadel, and H. Zidani. Deterministic state constrained optimal control problems without controllability assumptions (2010).
- O. Bokanowski, N. Forcadel, and H. Zidani. Reachability and minimal times for state constrained nonlinear problems without any controllability assumption (2010).
- M. P. Vitusy, J. H. Gillulay, H. Huangy and C. J. Tomlin. Design of guaranteed safe maneuvers using reachable sets: Autonomous quadrotor aerobatics in theory and practice (2010).
- K. Margellos and J. Lygeros. Hamilton-Jacobi formulation for Reach-Avoid Problems with an application to Air Traffic Management (2010).

Merci de votre attention